Página 105

Localización de una emisora clandestina

La emisora se encuentra a 90 m del control *A* y a 105 m del control *B*.

Página 106

1 Hazlo tú.

$\cos\beta = 0{,}92$ $\quad tg\,\beta = 0{,}42$

2 Hazlo tú.

$\cos\beta = 0{,}62$ $\quad sen\,\beta = 0{,}79$

Página 107

1 $\cos\alpha = -\,0{,}78$ $\quad tg\,\alpha = -\,0{,}79$

2 $sen\,\alpha = -\,0{,}56$ $\quad tg\,\alpha = 0{,}67$

3 $sen\,\alpha = -\,0{,}68$ $\quad \cos\alpha = 0{,}74$

4

	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
sen	0	1/2	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	1/2	0
cos	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	1/2	0	–1/2	$-\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{3}/2$	–1
tg	0	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$	–	$-\sqrt{3}$	–1	$-\sqrt{3}/3$	0

	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
sen	–1/2	$-\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{3}/2$	–1	$-\sqrt{3}/2$	$-\sqrt{2}/2$	–1/2	0
cos	$-\sqrt{3}/2$	$-\sqrt{2}/2$	–1/2	0	1/2	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
tg	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$	–	$-\sqrt{3}$	–1	$-\sqrt{3}/3$	0

Página 108

1 a) 36° b) 132° c) –75°

d) –65° e) 52° f) 180°

2 a) $sen\ 13\,290° = -\dfrac{1}{2}$ b) $\cos(-1\,680°) = -\dfrac{1}{2}$

c) $tg\ 3\,825° = 1$ d) $\cos 4\,995° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

e) $sen\ (-1\,710°) = 1$ f) $tg\ 3\,630° = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

g) $\cos(-36\,000°) = 1$ h) $sen\ (-330°) = \dfrac{1}{2}$

Página 109

1 Hazlo tú.

$\cos\beta = -\,0{,}493$ $\quad tg\,\beta = -\,1{,}765$

1 a) $\cos\alpha = -0{,}82$ $\quad tg\,\alpha = -0{,}699$

b) $sen\,\alpha = -0{,}951$ $\quad tg\,\alpha = -3{,}078$

c) $sen\,\alpha = -0{,}799$ $\quad \cos\alpha = -0{,}602$

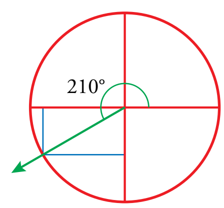
d) $sen\,\alpha = 0{,}574$ $\quad tg\,\alpha = -0{,}7$

Página 111

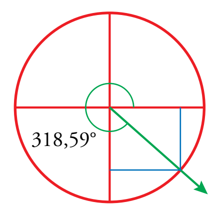
1
- $sen\ 55° = 0{,}82$ $\quad \cos 55° = 0{,}57$ $\quad tg\ 55° = 1{,}43$
- $sen\ 125° = 0{,}82$ $\quad \cos 125° = -0{,}57$ $\quad tg\ 125° = -1{,}43$
- $sen\ 145° = 0{,}57$ $\quad \cos 145° = -0{,}82$ $\quad tg\ 145° = -0{,}70$
- $sen\ 215° = -0{,}57$ $\quad \cos 215° = -0{,}82$ $\quad tg\ 215° = 0{,}70$
- $sen\ 235° = -0{,}82$ $\quad \cos 235° = -0{,}57$ $\quad tg\ 235° = 1{,}43$
- $sen\ 305° = -0{,}82$ $\quad \cos 305° = 0{,}57$ $\quad tg\ 305° = -\,1{,}43$
- $sen\ 325° = -0{,}57$ $\quad \cos 325° = 0{,}82$ $\quad tg\ 325° = -0{,}70$

2
- $sen\ 358° = -0{,}0349$ $\quad \cos 358° = 0{,}9994$
  $tg\ 358° = -0{,}03492$
- $sen\ 156° = 0{,}4067$ $\quad \cos 156° = -0{,}9135$
  $tg\ 156° = -0{,}4452$
- $sen\ 342° = -0{,}3090$ $\quad \cos 342° = 0{,}9511$
  $tg\ 342° = -0{,}3249$

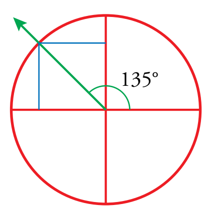
3 a) $\cos 210° \approx -0{,}86$
$tg\ 210° \approx 0{,}58$



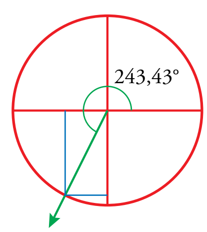
b) $sen\ 318{,}59° \approx -0{,}66$
$tg\ 318{,}59° \approx -0{,}88$



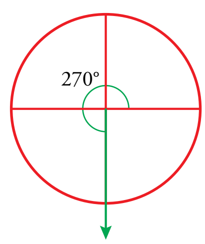
c) $sen\ 135° \approx 0{,}7$
$\cos 135° \approx -0{,}7$



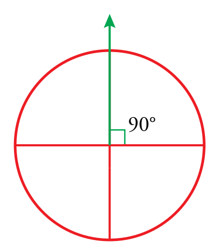
d) $sen\ 243{,}43° \approx 0{,}9$
$\cos 243{,}43° \approx -0{,}45$



e) $\cos 270° = \cos 90° = 0$
$tg\ 270°$ no existe



f) $sen\ 90° = 1$
$tg\ 90°$ no existe



Página 112

1 Hazlo tú.

$c = 77{,}8$ cm $\quad \hat{A} = 37°\ 9'\ 52''$ $\quad \hat{B} = 52°\ 50'\ 8''$

2 Hazlo tú.

$c = 172{,}15$ cm $\quad a = 80{,}82$ cm $\quad \hat{A} = 28°$

3 Hazlo tú.

$b = 66{,}28$ cm

Página 113

1 a) $a = 17{,}43$ cm b) $b = 26{,}84$ cm

c) $c = 396{,}69$ m; $\hat{A} = 39°\ 3'\ 57''$

d) $b = 56{,}01$ cm e) $c = 66{,}05$ cm

2 Mide 5,87 m.

3 El área es 14 122,80 m^2.

Página 115

1 $c = 154{,}18$ m

2 $\overline{MP} = 60{,}49$ m

3 $b = 26{,}35$ cm

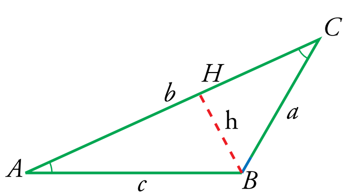
4 La altura es 125,97 m. La primera distancia es 139,90 m, y ahora, después de alejarnos 40 m, estamos a 179,90 m.

Página 116

1 a) Verdadero b) Verdadero

2 Lo demostramos para $\hat{C}$ ángulo agudo. (Si fuese un ángulo obtuso razonaríamos como en el ejercicio anterior).

Trazamos la altura h desde el vértice B. Así, los triángulos obtenidos AHB y CHB son rectángulos.

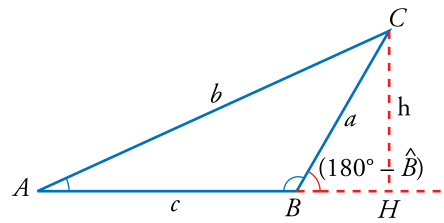


$sen\ \hat{A} = \dfrac{h}{c} \rightarrow h = c\ sen\ \hat{A}$

$sen\ \hat{C} = \dfrac{h}{a} \rightarrow h = a\ sen\ \hat{C}$

$c\ sen\ \hat{A} = a\ sen\ \hat{C} \rightarrow \dfrac{a}{sen\ \hat{A}} = \dfrac{c}{sen\ \hat{C}}$

3



$sen\ \hat{A} = \dfrac{h}{b} \rightarrow h = b\ sen\ \hat{A}$

$sen\ \hat{B} = sen\ (180° - \hat{B}) = \dfrac{h}{a} \rightarrow h = a\ sen\ \hat{B}$

$b\ sen\ \hat{A} = a\ sen\ \hat{B} \rightarrow \dfrac{a}{sen\ \hat{A}} = \dfrac{b}{sen\ \hat{B}}$

Página 117

1 Hazlo tú.

$b = 100{,}66$ m $\quad c = 118{,}44$ m

2 Hazlo tú.

$\hat{A}_1 = 48°\ 35'\ 25''$ $\quad \hat{A}_2 = 131°\ 24'\ 35''$

4 a) Falso b) Falso

5 a) No tiene solución.

b) $\hat{A} = 90°$

c) $\hat{A}_1 = 41°\ 48'\ 37{,}1''$

$\hat{A}_2 = 138°\ 11'\ 22{,}9''$

d) $\hat{A} = 30°$

6 $b = 40{,}76$ cm $\quad c = 18{,}2$ cm

Página 118

7 a) Verdadero b) Verdadero

Página 119

1 Hazlo tú.

$c = 17{,}24$ m

8

a) $\hat{A} = 48°\ 30'\ 33''$	$\hat{B} = 92°\ 51'\ 57{,}5''$	$\hat{C} = 38°\ 37'\ 29{,}5''$
b) $c = 17{,}24$ cm	$\hat{A} = 15°\ 7'\ 44{,}3''$	$\hat{B} = 124°\ 52'\ 15{,}7''$
c) $a = 5{,}59$ cm	$\hat{B} = 43°\ 43'\ 25{,}3''$	$\hat{C} = 31°\ 16'\ 34{,}7''$
d) $\hat{A} = 75°$	$b = 2{,}93$ m	$c = 3{,}59$ m
e) $\hat{B} = 110°$	$a = 3{,}05$ m	$c = 3{,}05$ m
f) $\hat{A} = \hat{B} = 70°$	$c = 6{,}84$ cm	
g) $\hat{C} = 60°$	$b = 3{,}66$ cm	$c = 4{,}48$ m
h) $\hat{B} = 60°$	$c = 8$ cm	$b = 13{,}86$ cm

9 $a = 36{,}4$ km $\quad c = 40{,}4$ km

Página 120

1 Hazlo tú.

$sen\ \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{4}$; $tg\ \alpha = \frac{\sqrt{7}}{3}$; $cos\ (90° - \alpha) = -\frac{\sqrt{7}}{4}$

$sen\ (180° + \alpha) = \frac{\sqrt{7}}{4}$; $tg\ (180° - \alpha) = -\frac{\sqrt{7}}{3}$;

$sen\ (360° - \alpha) = \frac{\sqrt{7}}{4}$

2 Hazlo tú.

El área del cuadrilátero es 961,14 m^2.

3 Hazlo tú.

h = 13,11 m

4 Hazlo tú.

$\hat{B} = 40°\ 32'\ 30''$ $\hat{C} = 29°\ 27'\ 30''$ $c = 6{,}28$ cm

Página 122

5 Hazlo tú.

$\hat{C} = 127°\ 13'\ 28''$ $\hat{B} = 34°\ 27'\ 21''$ $\hat{A} = 18°\ 19'\ 11''$

6 Hazlo tú.

$\overline{MN} = 80{,}73$ m

Página 123

1 $\overline{AB} = 110$ m $\widehat{PAB} = 75°\ 46'\ 22''$ $\widehat{PBA} = 36°\ 13'\ 38''$

2 $\alpha = 35°\ 15'\ 52''$

3 $\overline{AB} = 11{,}5$ m

4 Perímetro = 52,68 cm Área = 156,02 cm^2

5 a) $\overline{OP} = 50{,}8$ cm b) $\overline{TT'} = 26{,}9$ cm

Página 124

1 a) $sen\ \alpha = \pm\frac{2}{3}$ $tg\ \alpha = \pm\frac{2\sqrt{5}}{5}$

b) $cos\ \beta = \pm\frac{4}{5}$ $tg\ \beta = \pm\frac{3}{4}$

c) $cos\ \gamma = \pm\frac{\sqrt{10}}{10}$ $sen\ \gamma = \pm\frac{3\sqrt{10}}{10}$

2

	sen α	*cos* α	*tg* α
0° < α < 90°	0,3	0,95	0,31
90° < α < 180°	0,8	–0,6	–4/3
180° < α < 270°	$-2\sqrt{5}/5$	$-\sqrt{5}/5$	2
270° < α < 360°	$-\sqrt{30}/6$	$\sqrt{6}/6$	$-\sqrt{5}$

3 a) $cos\ \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ $tg\ \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

b) $sen\ \alpha = -\frac{\sqrt{11}}{6}$ $tg\ \alpha = -\frac{\sqrt{11}}{5}$

c) $cos\ \alpha = -0{,}4061$ $sen\ \alpha = -0{,}9137$

d) $sen\ \alpha = -\frac{\sqrt{11}}{4}$ $tg\ \alpha = \frac{\sqrt{55}}{5}$

4 a) $cos\ (180° + \alpha) = -0{,}8$ b) $sen\ (180° - \alpha) = 0{,}6$

c) $tg\ (-\alpha) = -\frac{3}{4}$ d) $sen\ (90° - \alpha) = 0{,}8$

e) $cos\ (90° + \alpha) = -0{,}6$ f) $tg\ (90° - \alpha) = \frac{3}{4}$

5 a) $cos\ 48° = 0{,}67$ b) $sen\ (-48°) = -0{,}74$

c) $sen\ 138° = 0{,}67$ d) $tg\ 318° = -0{,}9$

e) $cos\ 222° = -0{,}74$ f) $tg\ 858° = -0{,}9$

6 a) $sen\ 135° = cos\ 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $cos\ 240° = -cos\ 60° = -\frac{1}{2}$

c) $tg\ 120° = -tg\ 60° = -\sqrt{3}$

d) $cos\ 1\,845° = cos\ 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

e) $tg\ 1\,125° = tg\ 45° = 1$

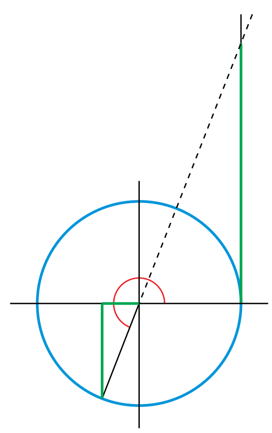
f) $sen\ (-120°) = -sen\ 60° = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

7 a) $\alpha = 228°\ 35'\ 25''$ b) $\alpha = 248°\ 17'\ 3{,}7''$

c) $\alpha = 234°\ 4'\ 17{,}4''$ d) $\alpha = 283°\ 17'\ 49{,}6''$

8 a) $sen\ \alpha = -\frac{\sqrt{55}}{8}$

$tg\ \alpha = \frac{\sqrt{55}}{3}$



b) $tg\ (180° - \alpha) = -\frac{\sqrt{55}}{3}$ $cos\ (90° - \alpha) = -\frac{\sqrt{55}}{8}$

$sen\ (180° + \alpha) = \frac{\sqrt{55}}{8}$ $sen\ (-\alpha) = \frac{\sqrt{55}}{8}$

$tg\ (90° + \alpha) = -\frac{3\sqrt{55}}{55}$ $cos\ (360° - \alpha) = -\frac{3}{8}$

9 Longitud de la escalera = 3,46 m

Distancia desde la base a la pared = 1,73 m

10 64° 28' 27''

11 Altura del poste = 9,19 m

Distancia de la base al punto de sujección = 7,71 m

12 $S_{\text{TRIÁNGULO}} = 68{,}7\ \text{m}^2$

$P = 39{,}24$ m

13 a) h = 12,04 cm b) h = 8,55 cm

14 a) Proyección = 18,79 cm

b) Proyección = 14,14 cm

c) Proyección = 3,47 cm

15 $S = 130{,}56\ \text{cm}^2$

16 $\overline{AB} = 9{,}46$ m

17 Radio = 5,13 cm

18 $\hat{C} = 53°\ 7'\ 48''$; $\hat{B} = 36°\ 52'\ 12''$; $\overline{BC} = 25$ m

19 $\hat{A} = \hat{B} = 73°\ 23'\ 54''$; $\hat{C} = \hat{D} = 106°\ 36'\ 6''$

$S_{ABCD} = 295{,}24\ \text{m}^2$

Página 125

20 a) $\hat{C} = 85°$; $a = 12{,}33$ cm; $b = 9{,}68$ cm

b) $\hat{C} = 36°\ 52'\ 12''$; $\hat{B} = 93°\ 7'\ 48''$; $b = 30$ cm

c) $\hat{B} = 103°$; $a = 10$ m; $c = 11{,}67$ m

d) $\hat{A} = 35°\ 25'\ 9''$; $\hat{C} = 39°\ 34'\ 51''$; $c = 19{,}79$ m

21 $a = 20{,}42$ m

22 $\hat{A} = 15°\ 34'\ 41''$; $\hat{B} = 43°\ 7'\ 28''$; $\hat{C} = 121°\ 17'\ 51''$

23 a) $c = 21{,}9$ cm; $\hat{A} = 29°\ 56'\ 8''$; $\hat{B} = 110°\ 3'\ 52''$

b) $b = 79{,}87$ cm; $\hat{C} = 40°\ 18'\ 5''$; $\hat{A} = 74°\ 41'\ 55''$

c) $\hat{A} = 30°\ 10'\ 29''$; $\hat{B} = 17°\ 48'\ 56''$; $\hat{C} = 133°\ 0'\ 35''$

24 a) $\hat{A} = 70°$; $b = 77{,}83$ m; $c = 94{,}82$ m

b) $\hat{B} = 75°$; $a = 16{,}54$ m; $c = 10{,}09$ m

c) $c = 75{,}3$ m; $\hat{A} = 62°\ 43'\ 49{,}4''$; $\hat{B} = 44°\ 16'\ 10{,}6''$

d) $b = 281{,}6$ m; $\hat{A} = 22°\ 1'\ 54{,}45''$; $\hat{C} = 37°\ 58'\ 55{,}5''$

e) $\hat{A} = 38°\ 37'\ 29{,}4''$; $\hat{B} = 48°\ 30'\ 33''$; $\hat{C} = 92°\ 51'\ 57{,}6''$

f) $\hat{A} = 32°\ 39'\ 34{,}4''$; $\hat{B} = 93°\ 17'\ 46{,}7''$; $\hat{C} = 54°\ 2'\ 38{,}9''$

g) $\hat{B} = 27°\ 21'\ 46{,}8''$; $\hat{C} = 22°\ 38'\ 13{,}2''$; $c = 7{,}54$ m

h) $\hat{B} = 38°\ 58'\ 35{,}7''$; $\hat{A} = 84°\ 1'\ 24{,}3''$; $a = 9{,}5$ m

25 El buzo tiene que recorrer 145,55 m.

26 La distancia más corta es de 0,866 km.

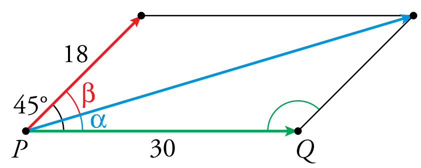
27 h = 39,64 m

28 h = 7,32 m

29 Después de una hora, la distancia que los separa es 5,423 millas náuticas.

30 El área es 9 397,6 m^2.

31 Intensidad de la resultante = 44,58 N



$\alpha = 16°\ 35'\ 19''$

$\beta = 28°\ 24'\ 41''$

32 La velocidad del avión es 206,37 m/s.

33 La anchura de la calle es de 125,86 m.

La altura del edificio más bajo es 77,33 m.

34 Distancia entre los centros = 11,7 cm

35 $\alpha = 112°\ 53'\ 10''$

36 El área del octógono es 283,12 cm^2.

37 $S_{\text{HEXÁGONO}} = 585\ \text{cm}^2$

38 Área = 131,05 cm^2

Perímetro = 43,71 cm

39 $\overline{MN} = 5{,}6$ cm

Página 126

40 $\overline{DB} = 3{,}61$ cm $\overline{AD} = 0{,}83$ cm

41 $\hat{C} = 56°\ 19'\ 31''$; $\hat{B} = 51°\ 40'\ 29''$; $\overline{AC} = 263{,}96$ m

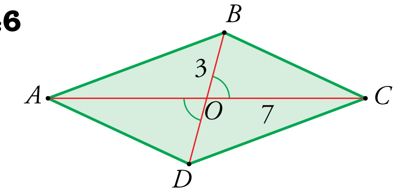
42 La anchura del río es de 72,17 m.

43 $\alpha = 60°$

44 $\overline{AD} = 14{,}67$ cm; $S_{ABCD} = 90{,}37\ \text{cm}^2$; $\overline{CD} = 6{,}55$ cm;

$\overline{BD} = 13{,}87$ cm

45 $\hat{B} = 100°\ 7'\ 26''$; $\overline{AC} = 4{,}78$ cm

46 

$\overline{BC} = \overline{AD} = 6{,}87$ cm

$\overline{AB} = \overline{DC} = 8{,}3$ cm

$\hat{B} = \hat{D} = 134°\ 21'\ 10''$

$\hat{A} = \hat{C} = 45°\ 38'\ 50''$

47 La distancia es de 37,39 m.

48 a) No tiene solución.

b) $\hat{A} = 23°\ 8'\ 29''$; $\hat{C} = 32°\ 17'\ 31''$; $c = 17{,}13$ m

c) Hay dos soluciones posibles:

- Si $\hat{B} = 40°\ 55'\ 11''$:

  $\hat{C} = 111°\ 0'\ 49''$ $\qquad c = 163{,}89$ m

- Si $\hat{B} = 139°\ 4'\ 49''$:

  $\hat{C} = 12°\ 51'\ 11''$ $\qquad c = 39{,}06$ m

49 a) $cos\ \alpha = -\sqrt{1-m^2}$ $\qquad$ b) $tg\ \alpha = -\dfrac{m}{\sqrt{1-m^2}}$

c) $cos\ (180° - \alpha) = \sqrt{1-m^2}$ $\qquad$ d) $tg\ (-\alpha) = \dfrac{m}{\sqrt{1-m^2}}$

50 a) $\dfrac{b^2-c^2}{b^2+c^2} = \dfrac{b^2-c^2}{a^2} = \dfrac{b^2}{a^2} - \dfrac{c^2}{a^2} = \left(\dfrac{b}{c}\right)^2 - \left(\dfrac{a}{c}\right)^2 =$

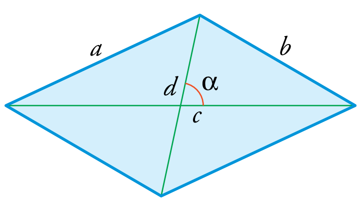
$= cos^2\ \hat{C} + sen^2\ \hat{C}$

b) $sen\ \hat{B} - cos\ \hat{C} = \dfrac{b}{a} - \dfrac{b}{a} = 0$

c) $tg\ \hat{B} \cdot tg\ \hat{C} = \dfrac{b}{c} \cdot \dfrac{c}{b} = 1$

51 $\alpha = 180°$ $\qquad \alpha = 60°$ $\qquad \alpha = 300°$

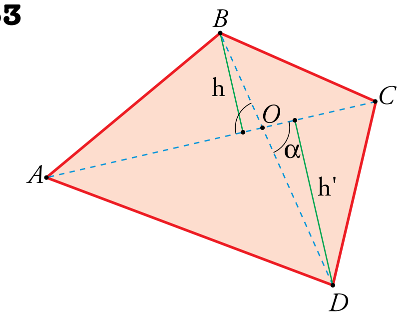
52 Utilizamos el hecho de que las diagonales de un paralelogramo se cortan en el punto medio, y el teorema del coseno.



$$\left.\begin{array}{l} b^2 = \left(\dfrac{c}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{d}{2}\right)^2 - 2 \cdot \dfrac{c}{2} \cdot \dfrac{d}{2}\ cos\ \alpha \\ a^2 = \left(\dfrac{c}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{d}{2}\right)^2 - 2 \cdot \dfrac{c}{2} \cdot \dfrac{d}{2}\ cos\ (180° - \alpha) \end{array}\right\} \to$$

$$\to \left\{\begin{array}{l} b^2 = \dfrac{c^2}{4} + \dfrac{d^2}{4} - \dfrac{cd}{2}\ cos\ \alpha \\ a^2 = \dfrac{c^2}{4} + \dfrac{d^2}{4} - \dfrac{cd}{2}\ (-cos\ \alpha) \end{array}\right.$$

Sumando miembro a miembro ambas ecuaciones, obtenemos que $b^2 + a^2 = \dfrac{c^2}{2} + \dfrac{d^2}{2}$, de donde se obtiene la relación $c^2 + d^2 = 2(a^2 + b^2)$.

53 

Descomponemos el área del cuadrilátero como la suma de las áreas de los triángulos ABC y CDA. Ambos tienen en común la base AC.

$h = \overline{OB} \cdot sen\ \alpha \qquad h' = \overline{OD} \cdot sen\ \alpha$

$$S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ACD} = \frac{\overline{AC} \cdot h}{2} + \frac{\overline{AC} \cdot h'}{2} =$$

$$= \frac{\overline{AC} \cdot \overline{OB} \cdot sen\ \alpha}{2} + \frac{\overline{AC} \cdot \overline{OD} \cdot sen\ \alpha}{2} =$$

$$= \frac{1}{2}\overline{AC}\ (\overline{OB} + \overline{OD}) \cdot sen\ \alpha = \frac{1}{2}$$

54 Las dos primeras igualdades forman el enunciado del teorema de los senos.

Por otra parte, los ángulos $\hat{A}$ y $\hat{B}'$ son iguales porque abarcan el mismo arco BC. Por tanto, aplicando el teorema de los senos al triángulo $BB'C$ (ya que $\hat{C} = 90°$ porque abarca un arco de 180°):

$$\frac{a}{sen\ \hat{A}} = \frac{a}{sen\ \hat{B}'} = \frac{\overline{BB'}}{sen\ \hat{C}} = \frac{2R}{1} = 2R$$

Página 127

55 $h = \dfrac{25}{2}\sqrt{\dfrac{3}{2}} \approx 15{,}31$ m

56 $\hat{C} = 30°$ $\qquad \hat{B} = 90°$

57 $\overline{BM} = \sqrt{25{,}5} = 5{,}05$ cm

58 La longitud es 9,94 cm.

59 $\overline{DC} = 2a\sqrt{2}$

60 $\alpha = 69°\ 38'\ 9''$

61 $\alpha = 70°\ 31'\ 44''$

62 $\overline{PA} = 220{,}87$ m $\qquad \overline{PB} = 254{,}12$ m

63
$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\overline{AP}}{sen\ \hat{B}} = \dfrac{\overline{BP}}{sen\ \dfrac{\hat{A}}{2}} \to \overline{AP} \cdot sen\ \dfrac{\hat{A}}{2} = \overline{BP} \cdot sen\ \hat{B} \\ \dfrac{\overline{AP}}{sen\ \hat{C}} = \dfrac{\overline{PC}}{sen\ \dfrac{\hat{A}}{2}} \to \overline{AP} \cdot sen\ \dfrac{\hat{A}}{2} = \overline{PC} \cdot sen\ \hat{C} \end{array}\right\} \to$$

$\to \overline{BP} \cdot sen\ \hat{B} = \overline{PC} \cdot sen\ \hat{C}$

Por otro lado:

$$\frac{\overline{AB}}{sen\,\widehat{C}} = \frac{\overline{AC}}{sen\,\widehat{B}} \rightarrow sen\,\hat{B} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} \cdot sen\,\hat{C}$$

Sustituyendo $sen\,\hat{B}$ en la primera relación, se obtiene:

$$\overline{BP} \cdot \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} \cdot sen\,\hat{C} = \overline{PC} \cdot sen\,\hat{C} \rightarrow$$

$$\rightarrow \overline{BP} \cdot \overline{AC} = \overline{PC} \cdot \overline{AB} \rightarrow \frac{\overline{AC}}{\overline{PC}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BP}}$$

Autoevaluación

1 Si representamos con la letra h a la altura sobre el lado desigual, b:

h = 5,52 cm $\qquad$ b = 8,62 cm

2 $\hat{B}$ = 36° 52' 12''; $\hat{C}$ = 53° 7' 48''; b = 7,5 cm; a = 12,5 cm

3

$sen\ 154° = sen\ 26°$	$cos\ 154° = -cos\ 26°$	$tg\ 154° = -tg\ 26°$
$sen\ 207° = -sen\ 27°$	$cos\ 207° = -cos\ 27°$	$tg\ 207° = tg\ 27°$
$sen\ 318° = -sen\ 42°$	$cos\ 318° = cos\ 42°$	$tg\ 318° = -tg\ 42°$
$sen\ 2\,456° = -sen\ 64°$	$cos\ 2\,456° = cos\ 64°$	$tg\,2\,456° = -tg\,64°$

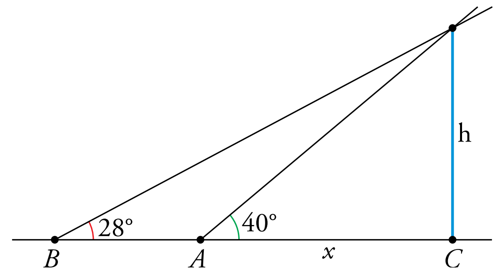
4 a) $cos\ \alpha = -\frac{3}{5}$ $\qquad$ b) $tg\ \alpha = -\frac{4}{3}$

c) $sen\ (180° + \alpha) = -\frac{4}{5}$ $\qquad$ d) $cos\ (90° + \alpha) = -\frac{4}{5}$

e) $tg\ (180° - \alpha) = \frac{4}{3}$ $\qquad$ f) $sen\ (90° + \alpha) = -\frac{3}{5}$

5 α = 105° 56' 43'' $\qquad$ $sen\ \alpha$ = 0,9615 $\qquad$ $cos\ \alpha$ = –0,2747

6



x = 51,89 m

h = 43,54 m

7 a) b = 24,72 cm

$\hat{A}$ = 97° 9'

$\hat{C}$ = 34° 51'

Área $= \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot sen\ \hat{B} = 232{,}98\ cm^2$

b) Hay dos soluciones:

$\hat{A}_1$ = 42° 59' 9''

$\hat{C}_1$ = 107° 0' 51''

c_1 = 21,04 cm; Área $= \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot sen\ \hat{B} = 78{,}9\ cm^2$

$\hat{A}_2$ = 137° 0' 51''

$\hat{C}_2$ = 12° 59' 9''

c_2 = 4,94 cm; Área $= \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot sen\ \hat{B} = 18{,}53\ cm^2$

8 d = 45,36 cm es la medida de la diagonal.

9 $\overline{BC}$ = 8,28 m