Página 103

Resuelve

1. Traduce a lenguaje algebraico y resuelve por tanteo el problema del papiro egipcio: ***El montón más un séptimo del montón…***

$x + \frac{x}{7} = 24 \rightarrow x = 21$

2. Selecciona, entre las siguientes ecuaciones, la traducción algebraica del problema de los elefantes. Resuélvela primero por tanteo e intenta después resolverla aplicando algún otro método de resolución que conozcas.

Ⓘ $\boxed{x + x^2 + x^4 = 2x}$ Ⓘⓘ $\boxed{x + 2x + 4x = x^2}$ Ⓘⓘⓘ $\boxed{x + 2x + 4x = (6x)^2}$

$x + 2x + 4x = x^2 \rightarrow x = 7$ (por tanteo)

$7x = x^2 \rightarrow x^2 - 7x = 0 \rightarrow x \cdot (x - 7) = 0 \left\langle \begin{array}{l} x = 0 \text{ (no es solución)} \\ x = 7 \end{array} \right.$

3. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones resuelve el epitafio de Diofanto?

Ⓘ $\boxed{\frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4 = x}$ Ⓘⓘ $\boxed{\frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + \frac{5}{x} + \frac{x}{2} + \frac{4}{x} = 1}$

¿A qué edad murió?

Supongamos que la vida entera de Diofanto duró x años. Entonces:

- Juventud: $\frac{x}{6}$
- Su mejilla se cubrió de vello: $+\frac{x}{12}$
- Antes de casarse: $+\frac{x}{7}$
- Tuvo un hijo: +5
- Su hijo murió a los $\frac{x}{2}$ años.
- Diofanto vivió luego: +4

Por tanto, Diofanto vivió:

$$x = \frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4 \rightarrow x = \frac{14x + 7x + 12x + 420 + 42x + 336}{84} \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{75x + 756}{84} \rightarrow 84x = 75x + 756 \rightarrow$$

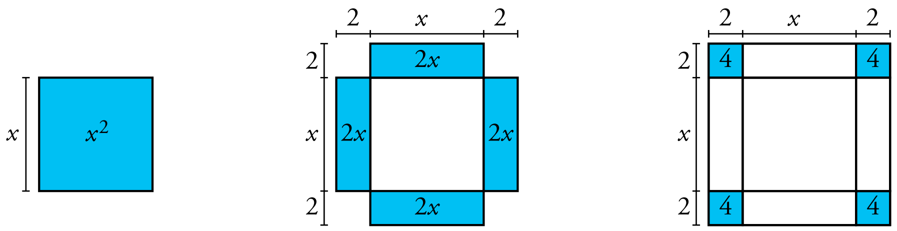
$$\rightarrow 9x = 756 \rightarrow x = 84$$

Diofanto murió a los 84 años.

4. Resuelve, mediante el método geométrico expuesto arriba, las siguientes ecuaciones:

a) $x^2 + 8x = 84$ **b)** $x^2 + 20x = 169$

a) $x^2 + 8x = 84$

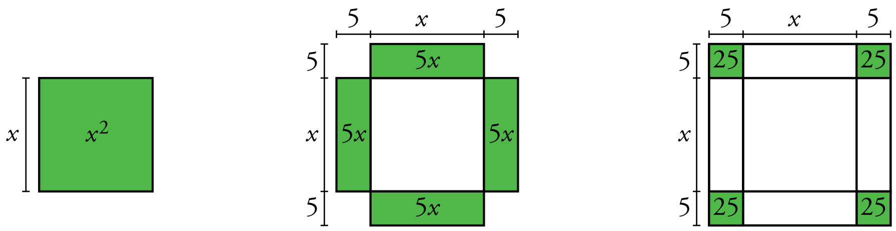


ÁREA: x^2 ÁREA: $x^2 + 8x (= 84)$ ÁREA: $84 + 4 \cdot 4 = 100$

El área del último cuadrado es 100. Por tanto, su lado mide 10. Así:

$2 + x + 2 = 10 \rightarrow x = 6$

b) $x^2 + 20x = 169$



ÁREA: x^2 ÁREA: $x^2 + 20x (= 169)$ ÁREA: $169 + 4 \cdot 25 = 269$

El área del último cuadrado es 269. Por tanto, su lado mide 16,4.

$5 + x + 5 = 16{,}4 \rightarrow x = 6{,}4$

1 Ecuaciones. Solución de una ecuación

Página 104

1. ¿Es 5 solución de alguna de las siguientes ecuaciones? Justifica tu respuesta:

a) $8x + 3 = 11x - 12$ **b)** $x^4 - x^3 = 500$ **c)** $3x - 7 = x^2 - 10$

d) $1^x = 5$ **e)** $x^2 - 12 = 4x - 7$ **f)** $2^{x-1} = 16$

g) $x^3 + x^2 + 2x + 1 = 161$ **h)** $10x + 25 = x^3$ **i)** $x^2 - 20 = 2x - 5$

j) $\sqrt{3x+1} = 16$ **k)** $(2x - 3)^2 = 144$ **l)** $3(x^2 + 3) - 84 = 0$

a) $\left.\begin{array}{l} 8 \cdot 5 + 3 = 43 \\ 11 \cdot 5 - 12 = 43 \end{array}\right\} \to x = 5$ es solución de la ecuación.

b) $\left.\begin{array}{l} 5^4 - 5^3 = 500 \\ 500 \end{array}\right\} \to x = 5$ es solución de la ecuación.

c) $\left.\begin{array}{l} 3 \cdot 5 - 7 = 8 \\ 5^2 - 10 = 15 \end{array}\right\} \to x = 5$ no es solución de la ecuación.

d) $\left.\begin{array}{l} 1^5 = 1 \\ 5 \end{array}\right\} \to x = 5$ no es solución de la ecuación.

e) $\left.\begin{array}{l} 5^2 - 12 = 13 \\ 4 \cdot 5 - 7 = 13 \end{array}\right\} \to x = 5$ es solución de la ecuación.

f) $\left.\begin{array}{l} 2^{5-1} = 16 \\ 16 \end{array}\right\} \to x = 5$ es solución de la ecuación.

g) $\left.\begin{array}{l} 5^3 + 5^2 + 2 \cdot 5 + 1 = 161 \\ 161 \end{array}\right\} \to x = 5$ es solución de la ecuación.

h) $\left.\begin{array}{l} 10 \cdot 5 + 25 = 75 \\ 5^3 = 125 \end{array}\right\} \to x = 5$ no es solución de la ecuación.

i) $\left.\begin{array}{l} 5^2 - 20 = 5 \\ 2 \cdot 5 - 5 = 5 \end{array}\right\} \to x = 5$ es solución de la ecuación.

j) $\left.\begin{array}{l} \sqrt{3 \cdot 5 + 1} = 4 \\ 16 \end{array}\right\} \to x = 5$ no es solución de la ecuación.

k) $\left.\begin{array}{l} (2 \cdot 5 - 3)^2 = 49 \\ 144 \end{array}\right\} \to x = 5$ no es solución de la ecuación.

l) $\left.\begin{array}{l} 3(5^2 + 3) - 84 = 0 \\ 0 \end{array}\right\} \to x = 5$ es solución de la ecuación.

2. En el ejercicio anterior hay varias ecuaciones polinómicas. Escríbelas y di cuál es su grado.

a) $8x + 3 = 11x - 12$ → Ecuación polinómica de grado 1.

b) $x^4 - x^3 = 500$ → Ecuación polinómica de grado 4.

c) $3x - 7 = x^2 - 10$ → Ecuación polinómica de grado 2.

e) $x^2 - 12 = 4x - 7$ → Ecuación polinómica de grado 2.

g) $x^3 + x^2 + 2x + 1 = 161$ → Ecuación polinómica de grado 3.

h) $10x + 25 = x^3$ → Ecuación polinómica de grado 3.

i) $x^2 - 20 = 2x - 5$ → Ecuación polinómica de grado 2.

k) $(2x - 3)^2 = 144$ → Ecuación polinómica de grado 2.

l) $3(x^2 + 3) - 84 = 0$ → Ecuación polinómica de grado 2.

Página 105

3. Tanteando, halla la solución entera de estas ecuaciones:

a) $2x^2 = 50$ **b)** $2x^3 + x^2 = 20$ **c)** $4 \cdot 10^x = 40\,000$

d) $(x - 12)^4 = 81$ **e)** $(3 + x)^{(x-6)} = 121$ **f)** $\sqrt[3]{x - 23} = 2$

g) $x^3 + x^2 = 150$ **h)** $3^x = 2\,187$ **i)** $x^x = 46\,656$

j) $\sqrt{7x + 4} = 9$ **k)** $5^{x+1} = 15\,625$ **l)** $\sqrt{x - 12} = x - 8$

a) $x = 5 \rightarrow 2 \cdot 5^2 = 2 \cdot 25 = 50$

b) $x = 2 \rightarrow 2 \cdot 2^3 + 2^2 = 2 \cdot 8 + 4 = 16 + 4 = 20$

c) $x = 4 \rightarrow 4 \cdot 10^4 = 40\,000$

d) $x = 15 \rightarrow (15 - 12)^4 = 3^4 = 81$

e) $x = 8 \rightarrow (3 + 8)^{(8-6)} = 11^2 = 121$

f) $x = 31 \rightarrow \sqrt[3]{31 - 23} = \sqrt[3]{8} = 2$

g) Si $x = 4$, entonces $4^3 + 4^2 = 64 + 16 = 80$. Por tanto, la solución no es válida.

Sin embargo, si $x = 5$, entonces $5^3 + 5^2 = 125 + 25 = 150$. Luego $x = 5$ es la solución.

h) Si $x = 5$, entonces $3^5 = 243$. Por tanto, la solución no es válida.

Si $x = 6$, entonces $3^6 = 729$. Por tanto, la solución no es válida.

Sin embargo, si $x = 7$, entonces $3^7 = 2\,187$. Luego $x = 7$ es la solución.

i) Si $x = 7$, entonces $7^7 = 823\,543$. Por tanto, la solución no es válida.

Si $x = 6$, entonces $6^6 = 46\,656$. Luego $x = 6$ es la solución.

j) A esta solución es fácil llegar, ya que lo de dentro de la raíz debe valer 81 para que al hacer la raíz salga 9. Si probamos con $x = 10$, tendríamos 74 dentro de la raíz, que no vale. Sin embargo, con $x = 11$, obtenemos $77 + 4 = 81$, por lo tanto, $x = 11$ es la solución.

k) Si $x = 6$, entonces $5^{6+1} = 5^7 = 78\,125$. Por tanto, la solución no es válida.

Si $x = 5$, entonces $5^{5+1} = 5^6 = 15\,625$. Luego $x = 5$ es la solución.

l) Lo primero que vemos es que $x > 12$, ya que si no saldría la raíz de un número negativo, lo cual es imposible. Si probamos con $x = 13$, tendríamos $1 = 5$, que no vale. Si probamos con $x = 16$, tendríamos $2 = 8$, que no vale. Podemos observar que según probemos con números más altos, más dispares van a ser las igualdades. Podemos concluir que esta ecuación no tiene solución.

4. Encuentra la solución, aproximando hasta las décimas, de las siguientes ecuaciones. Hazlo por tanteo ayudándote de la calculadora.

a) $x^2 = 1\,000$ **b)** $x^3 + 1 = 100$ **c)** $x^5 = 1\,500$

d) $x^6 - 40 = 1\,460$ **e)** $(x - 3)^4 = 35\,027$ **f)** $x^4 + x^2 = 40$

g) $x^3 + x^2 = 200$ **h)** $x^3 - x^2 = 200$ **i)** $\sqrt{x^2 - x} = 5$

j) $x^{x+1} = 250$

a) Damos valores enteros a x:

$31^2 = 961 < 1\,000$

$32^2 = 1\,024 > 1\,000$

Por tanto, x es mayor que 31 pero menor que 32.

Damos a x los valores 31,5; 31,6; 31,7; …

$31{,}5^2 = 992{,}25 < 1\,000$

$31{,}6^2 = 998{,}56 < 1\,000$

$31{,}7^2 = 1\,004{,}89 > 1\,000$

Por tanto, aproximando a las décimas, $x = 31{,}6$.

b) Es lo mismo que hallar $x^3 = 99$.

Damos valores enteros a x:

$4^3 = 65 < 99$

$5^3 = 126 > 99$

Por tanto, x es mayor que 4 pero menor que 5.

Damos a x los valores 4,5; 4,6; 4,7; …

$4{,}5^3 = 92{,}125 < 99$

$4{,}6^3 = 98{,}336 < 99$

$4{,}7^3 = 104{,}823 > 99$

Por tanto, aproximando a las décimas, $x = 4{,}6$.

c) Damos valores enteros a x:

$4^5 = 1\,024 < 1\,500$

$5^5 = 3\,125 > 1\,500$

Por tanto, x es mayor que 4 y menor que 5.

Damos a x los valores 4,2; 4,3; 4,4; …

$4{,}2^5 = 1\,306{,}912\ldots < 1\,500$

$4{,}3^5 = 1\,470{,}084\ldots < 1\,500$

$4{,}4^5 = 1\,649{,}162\ldots > 1\,500$

Por tanto, aproximando a las décimas, $x = 4{,}3$.

d) Es lo mismo que hallar $x^6 = 1\,500$.

Damos valores enteros a x:

$3^6 = 729 < 1\,500$

$4^5 = 4\,096 > 1\,500$

Por tanto, x es mayor que 3 y menor que 4.

Damos a x los valores 3,3; 3,4; 3,5; …

$3{,}3^6 = 1\,291{,}467\ldots < 1\,500$

$3{,}4^6 = 1\,544{,}804\ldots > 1\,500$

Por tanto, aproximando a las décimas, $x = 3{,}3$.

e) Damos valores enteros a x:

$(16 - 3)^4 = 28\,561 < 35\,027$

$(17 - 3)^4 = 38\,416 > 35\,027$

Por tanto, x es mayor que 16 pero menor que 17.

Damos a x los valores 16,5; 16,6; 16,7; …

$(16{,}5 - 3)^4 \approx 33\,215{,}06 < 35\,027$

$(16{,}6 - 3)^4 \approx 34\,210{,}2 < 35\,027$

$(16{,}7 - 3)^4 \approx 35\,227{,}54$

Por tanto, aproximando a las décimas, $x = 16{,}6$.

f) Damos valores enteros a x:

$2^4 + 2^2 = 20 < 40$

$3^4 + 3^2 = 90 > 40$

Por tanto, x es mayor que 2 pero menor que 3.

Damos a x los valores 2,3; 2,4; 2,5; …

$2{,}3^4 + 2{,}3^2 \approx 33{,}27 < 40$

$2{,}4^4 + 2{,}4^2 \approx 38{,}94 > 40$

$2{,}5^4 + 2{,}5^2 \approx 45{,}31 > 40$

Por tanto, aproximando a las décimas, $x = 2{,}4$.

g) Damos valores enteros a x:

$5^3 + 5^2 = 150 < 200$

$6^3 + 6^2 = 252 > 200$

Por tanto, x es mayor que 5 y menor que 6.

Damos a x los valores 5,3; 5,4; 5,5; …

$5{,}3^3 + 5{,}3^2 = 176{,}967 < 200$

$5{,}4^3 + 5{,}4^2 = 186{,}624 < 200$

$5{,}5^3 + 5{,}5^2 = 196{,}625 < 200$

$5{,}6^3 + 5{,}6^2 = 206{,}976 > 200$

Por tanto, aproximando a las décimas, $x = 5{,}5$.

h) Damos valores enteros a x:

$6^3 - 6^2 = 180 < 200$

$7^3 - 7^2 = 294 > 200$

Por tanto, x es mayor que 6 y menor que 7.

Damos a x los valores 6,1; 6,2; 6,3; …

$6{,}1^3 - 6{,}1^2 = 189{,}771 < 200$

$6{,}2^3 - 6{,}2^2 = 199{,}888 < 200$

$6{,}3^3 - 6{,}3^2 = 210{,}357 > 200$

Por tanto, aproximando a las décimas, $x = 6{,}2$.

i) Damos valores enteros a x:

$$\sqrt{5^2-5} = 4{,}47 < 5$$

$$\sqrt{6^2-6} \approx 5{,}48 > 5$$

Por tanto, x es mayor que 5 pero menor que 6.

Damos a x los valores 5,4; 5,5; 5,6; …

$$\sqrt{5{,}4^2-5{,}4} \approx 4{,}87 < 5$$

$$\sqrt{5{,}5^2-5{,}5} \approx 4{,}97 < 5$$

$$\sqrt{5{,}6^2-5{,}6} \approx 5{,}08 > 5$$

Por tanto, aproximando a las décimas, $x = 5{,}5$.

j) Damos valores enteros a x:

$$3^4 = 81 < 250$$

$$4^5 = 1\,024 > 250$$

Por tanto, x es mayor que 3 pero menor que 4.

Damos a x los valores 3,3; 3,4; 3,5; …

$$3{,}3^{4{,}3} \approx 169{,}67 < 250$$

$$3{,}4^{4{,}4} \approx 218{,}03 < 250$$

$$3{,}5^{4{,}5} = 280{,}74 > 250$$

Por tanto, aproximando a las décimas, $x = 3{,}4$.

2 Ecuaciones de primer grado

Página 107

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{3x}{15} - x = -\frac{3x}{3} + \frac{9}{5}$

b) $\frac{x}{3} + \frac{x}{9} - \frac{4x}{27} = \frac{11}{27} - \frac{x}{9}$

c) $\frac{x}{2} + \frac{x-3}{8} + \frac{2x+2}{16} = \frac{x-2}{2}$

d) $\frac{13+x}{20} - \frac{5x}{2} = \frac{10+x}{5} + \frac{1-12x}{10}$

e) $3x - \frac{x+3}{4} = 13$

f) $4 - \frac{x+2}{4} = x - 4$

g) $\frac{x}{2} - \frac{2(x+2)}{7} = \frac{x-3}{4}$

h) $\frac{1-x}{25} - \frac{x}{6} + \frac{x+7}{9} = \frac{2}{5} - \frac{3x}{15}$

i) $\frac{(1+x)^2}{5} = \frac{2x+4}{25} + \frac{x^2}{5} + \frac{1}{5}$

j) $\frac{x-4}{8} + \frac{9-x}{12} - \frac{2x-7}{24} + 5 = x - 8$

k) $x + \frac{9(5+x)}{5} = 9 - x$

l) $\frac{(2x-1)(2x+1)}{4} = \frac{3(4x^2+1)}{12} - x$

m) $(x-3)(x+3) = \frac{3(x-1)}{2} + x^2$

n) $\frac{x-7}{4} + \frac{25(x-2)}{3} = \frac{5x+35}{4} + \frac{5}{2}(x-7)$

a) $\frac{3x}{15} - x = -\frac{3x}{3} + \frac{9}{5}$

$3x - 15x = -15x + 27$

$3x - 15x + 15x = 27$

$3x = 27$

$x = 9$

b) $\frac{x}{3} + \frac{x}{9} - \frac{4x}{27} = \frac{11}{27} - \frac{x}{9}$

$9x + 3x - 4x = 11 - 3x$

$9x + 3x - 4x + 3x = 11$

$11x = 11$

$x = 1$

c) $\frac{x}{2} + \frac{x-3}{8} + \frac{2x+2}{16} = \frac{x-2}{2}$

$8x + 2(x-3) + 2x + 2 = 8(x-2)$

$8x + 2x - 6 + 2x + 2 = 8x - 16$

$8x + 2x + 2x - 8x = -16 + 6 - 2$

$4x = -12$

$x = -3$

d) $\frac{13+x}{20} - \frac{5x}{2} = \frac{10+x}{5} + \frac{1-12x}{10}$

$13 + x - 50x = 4(10 + x) + 2(1 - 12x)$

$13 + x - 50x = 40 + 4x + 2 - 24x$

$x - 50x - 4x + 24x = 40 + 2 - 13$

$-29x = 29$

$x = -1$

e) $3x - \frac{x+3}{4} = 13$

$12x - (x + 3) = 52$

$12x - x - 3 = 52$

$12x - x = 52 + 3$

$11x = 55$

$x = 5$

f) $4 - \frac{x+2}{4} = x - 4$

$16 - (x + 2) = 4(x - 4)$

$16 - x - 2 = 4x - 16$

$-x - 4x = -16 - 16 + 2$

$-5x = -30$

$x = 6$

g) $\frac{x}{2} - \frac{2(x+2)}{7} = \frac{x-3}{4}$

$14x - 8(x + 2) = 7(x - 3)$

$14x - 8x - 16 = 7x - 21$

$14x - 8x - 7x = -21 + 16$

$-x = -5$

$x = 5$

h) $\frac{1-x}{25} - \frac{x}{6} + \frac{x+7}{9} = \frac{2}{5} - \frac{3x}{15}$

$18(1 - x) - 75x + 50(x + 7) = 180 - 90x$

$18 - 18x - 75x + 50x + 350 = 180 - 90x$

$-18x - 75x + 50x + 90x = 180 - 18 - 350$

$47x = -188$

$x = -4$

i) $\frac{(1+x)^2}{5} = \frac{2x+4}{25} + \frac{x^2}{5} + \frac{1}{5}$

$5(1 + x)^2 = 2x + 4 + 5x^2 + 5$

$5(1 + 2x + x^2) = 2x + 5x^2 + 9$

$5 + 10x + 5x^2 = 2x + 5x^2 + 9$

$10x + 5x^2 - 2x - 5x^2 = 9 - 5$

$8x = 4 \rightarrow x = \frac{1}{2}$

j) $\frac{x-4}{8} + \frac{9-x}{12} - \frac{2x-7}{24} + 5 = x - 8$

$3(x - 4) + 2(9 - x) - (2x - 7) + 120 = 24(x - 8)$

$3x - 12 + 18 - 2x - 2x + 7 + 120 = 24x - 192$

$3x - 2x - 2x - 24x = -192 + 12 - 18 - 7 - 120$

$-25x = -325$

$x = 13$

k) $x + \frac{9(5+x)}{5} = 9 - x$

$5x + 9(5 + x) = 5(9 - x)$

$5x + 45 + 9x = 45 - 5x$

$5x + 9x + 5x = 45 - 45$

$19x = 0$

$x = 0$

l) $\frac{(2x-1)(2x+1)}{4} = \frac{3(4x^2+1)}{12} - x$

$3(4x^2 - 1) = 3(4x^2 + 1) - 12x$

$12x^2 - 3 = 12x^2 + 3 - 12x$

$12x^2 - 12x^2 + 12x = 3 + 3$

$12x = 6$

$x = \frac{1}{2}$

m) $(x - 3)(x + 3) = \frac{3(x-1)}{2} + x^2$

$2(x^2 - 9) = 3(x - 1) + 2x^2$

$2x^2 - 18 = 3x - 3 + 2x^2$

$2x^2 - 3x - 2x^2 = -3 + 18$

$-3x = 15$

$x = -5$

n) $\frac{x-7}{4} + \frac{25(x-2)}{3} = \frac{5x+35}{4} + \frac{5}{2}(x-7)$

$3(x - 7) + 100(x - 2) = 3(5x + 35) + 30(x - 7)$

$3x - 21 + 100x - 200 = 15x + 105 + 30x - 210$

$3x + 100x - 15x - 30x = 105 - 210 + 21 + 200$

$58x = 116$

$x = 2$

3 Ecuaciones de segundo grado

Página 108

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$

b) $9x^2 + 6x + 1 = 0$

c) $9x^2 - 6x + 1 = 0$

d) $5x^2 - 7x + 3 = 0$

e) $2x^2 + 5x - 3 = 0$

f) $6x^2 - 5x + 1 = 0$

g) $x^2 - 3x + 15 = 0$

h) $x^2 - 0{,}1x + 0{,}2 = 0$

a) $x = \dfrac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2} = \dfrac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \dfrac{5 \pm 1}{2} \rightarrow x_1 = 3 \text{ y } x_2 = 2$

b) $x = \dfrac{-6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 9 \cdot 1}}{18} = \dfrac{-6 \pm \sqrt{36 - 36}}{18} = \dfrac{-6 \pm 0}{18} \rightarrow x = \dfrac{-1}{3}$ Solución doble.

c) $x = \dfrac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 9 \cdot 1}}{18} = \dfrac{6 \pm 0}{18} = \dfrac{1}{3}$ Solución doble.

d) $x = \dfrac{7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot 5 \cdot 3}}{10} = \dfrac{7 \pm \sqrt{49 - 60}}{10} = \dfrac{7 \pm \sqrt{-11}}{10}$ No tiene solución.

e) $x = \dfrac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 2 \cdot (-3)}}{4} = \dfrac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{4} = \dfrac{-5 \pm 7}{4} \rightarrow x_1 = \dfrac{1}{2} \text{ y } x_2 = -3$

f) $x = \dfrac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 6 \cdot 1}}{12} = \dfrac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{12} = \dfrac{5 \pm 1}{12} \rightarrow x_1 = \dfrac{1}{2} \text{ y } x_2 = \dfrac{1}{3}$

g) $x = \dfrac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 1 \cdot 15}}{2} = \dfrac{3 \pm \sqrt{9 - 60}}{2} = \dfrac{3 \pm \sqrt{-51}}{2}$ No tiene solución.

h) $x = \dfrac{0,1 \pm \sqrt{0,01 - 4 \cdot 1 \cdot 0,2}}{2} = \dfrac{0,1 \pm \sqrt{0,01 - 0,8}}{2} = \dfrac{0,1 \pm \sqrt{-0,79}}{2}$ No tiene solución.

Página 109

2. Resuelve estas ecuaciones:

a) $7x^2 - 28 = 0$

b) $7x^2 + 28 = 0$

c) $4x^2 - 9 = 0$

d) $3x^2 + 42x = 0$

e) $3x^2 = 42x$

f) $11x^2 - 37x = 0$

g) $2(x + 5)^2 + (x - 3)^2 = 14(x + 4)$

h) $7x^2 + 5 = 68$

a) $7x^2 - 28 = 0$

$7x^2 = 28$

$x^2 = 4$

$x = \pm\sqrt{4} \rightarrow x_1 = 2$ y $x_2 = -2$

b) $7x^2 + 28 = 0$

$7x^2 = -28$

$x^2 = -4$

$x = \pm\sqrt{-4} \rightarrow$ No tiene solución

c) $4x^2 - 9 = 0$

$4x^2 = 9$

$x^2 = \frac{9}{4}$

$x = \pm\sqrt{\frac{9}{4}} \rightarrow x_1 = \frac{3}{2}$ y $x_2 = -\frac{3}{2}$

d) $3x^2 + 42x = 0$

$3x(x + 14) = 0 \rightarrow x_1 = 0$ y $x_2 = -14$

e) $3x^2 = 42x$

$3x^2 - 42x = 0$

$3x(x - 14) = 0 \rightarrow x_1 = 0$ y $x_2 = 14$

f) $11x^2 - 37x = 0$

$x(11x - 37) = 0 \rightarrow x_1 = 0$ y $x_2 = \frac{37}{11}$

g) $2(x + 5)^2 + (x - 3)^2 = 14x + 56$

$2(x^2 + 10x + 25) + (x^2 - 6x + 9) = 14x + 56$

$2x^2 + 20x + 50 + x^2 - 6x + 9 = 14x + 56$

$3x^2 + 3 = 0$

$x^2 = -1 \rightarrow$ No tiene solución.

h) $7x^2 + 5 = 68$

$7x^2 = 63$

$x^2 = 9$

$x = \pm\sqrt{9} \rightarrow x_1 = 3$ y $x_2 = -3$

Página 110

3. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $3x^2 - 2(x + 5) = (x + 3)^2 - 19$

b) $(3x + 4)(5x - 7) = (2x + 7)^2 + 53$

c) $(2x + 4)(x - 1) + (3x + 5)^2 = 3(2x + 5)^2 + x$

d) $(x - 2)(4x + 2) + (3 - 3x)^2 = 4(5x + 1)^2 - (x - 1)$

a) $3x^2 - 2x - 10 = x^2 + 6x + 9 - 19 \to 2x^2 - 8x = 0 \to 2x \cdot (x - 4) = 0 \to x_1 = 0$ y $x_2 = 4$

b) $(3x + 4)(5x - 7) = (2x + 7)^2 + 53$

$15x^2 - 21x + 20x - 28 = 4x^2 + 28x + 49 + 53$

$15x^2 - 4x^2 - 21x + 20x - 28x - 28 - 49 - 53 = 0 \to 11x^2 - 29x - 130 = 0$

$$x = \frac{29 \pm \sqrt{841 - 4 \cdot 11 \cdot (-130)}}{22} = \frac{29 \pm \sqrt{841 + 5720}}{22} = \frac{29 \pm \sqrt{6561}}{22} = \frac{29 \pm 81}{22}$$

$x_1 = 5$ y $x_2 = \frac{-52}{22} = \frac{-26}{11}$

c) $2x^2 - 2x + 4x - 4 + 9x^2 + 30x + 25 = 12x^2 + 60x + 75 + x$

$11x^2 + 32x + 21 = 12x^2 - 61x + 75 \to x^2 + 29x + 54 = 0$

$$x = \frac{-29 \pm \sqrt{29^2 - 4 \cdot 1 \cdot 54}}{2} = \frac{-29 \pm \sqrt{841 - 216}}{2} = \frac{-29 \pm \sqrt{625}}{2} = \frac{-29 \pm 25}{2} \to x_1 = -2 \text{ y } x_2 = -27$$

d) $4x^2 + 2x - 8x - 4 + 9 - 18x + 9x^2 = 100x^2 + 40x + 4 - x + 1$

$13x^2 - 24x + 5 = 100x^2 + 39x + 5 \to 87x^2 + 63x = 0 \to 3x \cdot (29x + 21) = 0 \to x_1 = 0$ y $x_2 = -\frac{21}{29}$

Página 111

4. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $3x(x+1) - \frac{(x-2)^2}{2} = (x+1)(x-1) + 15$

b) $\frac{(x+1)^2}{2} - \frac{3(x-1)}{4} + \frac{3x(x+1)}{2} = \frac{3}{2}$

c) $\frac{3x}{2} - \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$

d) $\frac{x}{3} - 1 + \frac{1}{x} = 1 - \frac{2}{3x}$

a) $3x(x+1) - \frac{(x-2)^2}{2} = (x+1)(x-1) + 15$

$3x^2 + 3x - \frac{(x-2)^2}{2} = x^2 - x + x - 1 + 15$

$6x^2 + 6x - x^2 + 4x - 4 = 2x^2 - 2x + 2x - 2 + 30$

$3x^2 + 10x - 32 = 0$

$x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 4 \cdot 3 \cdot (-32)}}{6} = \frac{-10 \pm \sqrt{484}}{6} = \frac{-10 \pm 22}{6} \rightarrow x_1 = 2 \text{ y } x_2 = \frac{-32}{6} = \frac{-16}{3}$

b) $\frac{(x+1)^2}{2} - \frac{3(x-1)}{4} + \frac{3x(x+1)}{2} = \frac{3}{2}$

$2(x+1)^2 - 3(x-1) + 6x(x+1) = 6$

$2(x^2 + 2x + 1) - 3x + 3 + 6x^2 + 6x = 6$

$2x^2 + 4x + 2 - 3x + 3 + 6x^2 + 6x - 6 = 0$

$8x^2 + 7x - 1 = 0$

$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot 8 \cdot (-1)}}{16} = \frac{-7 \pm \sqrt{81}}{16} = \frac{-7 \pm 9}{16} \rightarrow x_1 = \frac{1}{8} \text{ y } x_2 = -1$

c) $\frac{3x}{2} - \frac{1}{x} = \frac{3}{2} \rightarrow 2x \cdot \left(\frac{3x}{2} - \frac{1}{x}\right) = 2x \cdot \frac{3}{2} \rightarrow 3x^2 - 2 = 3x \rightarrow 3x^2 - 3x - 2 = 0$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2)}}{2 \cdot 3} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 24}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{6} \begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{33}}{6} \\ x = \frac{3 - \sqrt{33}}{6} \end{cases}$$

d) $\frac{x}{3} - 1 + \frac{1}{x} = 1 - \frac{2}{3x} \rightarrow 3x \cdot \left(\frac{x}{3} - 1 + \frac{1}{x}\right) = 3x \cdot \left(1 - \frac{2}{3x}\right) \rightarrow x^2 - 3x + 3 = 3x - 2 \rightarrow$

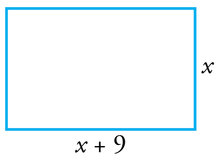
$\rightarrow x^2 - 3x - 3x + 3 + 2 = 0 \rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2} \begin{cases} x = \frac{6+4}{2} \rightarrow x = \frac{10}{2} \rightarrow x = 5 \\ x = \frac{6-4}{2} \rightarrow x = \frac{2}{2} \rightarrow x = 1 \end{cases}$$

4 Resolución de problemas con ecuaciones

Página 112

1. **La base de un rectángulo es 9 cm mayor que su altura. Su área mide 400 cm². Calcula las dimensiones de este rectángulo.**



$x \cdot (x + 9) = 400$

$x^2 + 9x - 400 = 0 \begin{cases} x_1 = 16 \\ x_2 = -25 \end{cases}$

- $x_1 = 16$ La altura es de 16 cm y la base es de 16 + 9 = 25 cm.
- $x_2 = -25$ No es una solución válida, porque los lados no pueden tener una medida negativa.

2. **Al aumentar 10 m de radio, una finca circular aumenta unos 3 456 m² de superficie. ¿Qué diámetro tiene la finca ampliada?**

$S = \pi \cdot r^2$

$\pi \cdot r^2 + 3\,456 = \pi \cdot (r + 10)^2 \rightarrow \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (r^2 + 20r + 100) - 3\,456 \rightarrow$

$\rightarrow r^2 = r^2 + 20r + 100 - 1\,100 \rightarrow$

$\rightarrow 20r = 1\,000 \rightarrow r \approx 50$

El diámetro actual es de, aproximadamente, (50 + 10) · 2 = 120 m.

Página 113

3. **Se ha fundido un lingote de oro de 3 kg de peso y 80 % de pureza, junto con otro lingote de oro de 1 kg de peso. ¿Cuál era la pureza del segundo, si la de la mezcla resultante es del 67 %?**

Peso puro del primer lingote $\to$ $3 \cdot 0,8 = 2,4$ kg

Peso total de la mezcla $\to$ 4 kg

Peso puro de la mezcla $\to$ $4 \cdot 0,67 = 2,68$ kg

Kilos puros del segundo lingote $\to$ $2,68 - 2,4 = 0,28$ kg

Pureza del segundo lingote $\to$ $\dfrac{0,28}{1} \cdot 100 = 28\,\%$

4. **Un coche tarda 5 h en cubrir el trayecto entre A-B. Un camión, que ha salido a la misma hora, y realiza el trayecto B-A, tarda 2 h y 55 min en cruzarse con el coche. ¿Cuánto durará el viaje completo del camión?**

5 h = 300 min; 2 h 55 min = 175 min

Cuando se cruzan, al coche le faltan 125 min para recorrer el mismo espacio que el camión en 175 min. Por tanto:

$$\frac{175}{125} = \frac{x}{175} \to x = \frac{175^2}{125} = \frac{30\,625}{125} = 245 \text{ min}$$

El viaje completo del camión dura 245 + 175 = 420 min = 7 h.

5. **Dos albañiles que trabajan asociados reciben 1 400 € como pago de cierto trabajo. ¿Cuánto debe cobrar cada uno si el primero trabajó las dos quintas partes de lo que trabajó el otro?**

Llamamos x al tiempo que trabajó uno de los albañiles, entonces, el otro albañil trabajó $\frac{2}{5}x$.

$$x + \frac{2}{5}x = 1\,400 \to \frac{5x + 2x}{5} = 1\,400 \to \frac{7}{5}x = 1\,400 \to x = \frac{1\,400 \cdot 5}{7} = 200 \cdot 5 \to x = 1\,000$$

Uno de los albañiles debe cobrar 1 000 € y el otro, debe cobrar, $1\,000\frac{2}{5} = 400$ €.

6. **Un grifo tarda el doble que otro en llenar un depósito. Abriendo los dos a la vez tardan 8 horas. ¿Cuánto tardará cada uno de ellos por separado en llenar el depósito?**

Un grifo llena, en 1 h, $\frac{1}{x}$ del depósito, y el otro grifo llena, en 1 h, $\frac{1}{2x}$ del depósito.

Los dos juntos, en 1 hora, llenan $\frac{1}{8}$.

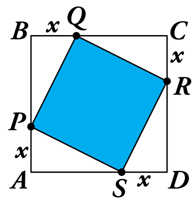
$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} = \frac{1}{8} \to \frac{3}{2x} = \frac{1}{8} \to 2x = 24 \to x = 12 \text{ h}$$

Uno de los grifos tarda 12 h, y el otro, 24 horas en llenar el depósito.

Página 114

Hazlo tú

En esta misma figura, calcula el valor de x para que el lado del cuadrado coloreado sea igual a $\sqrt{26}$ cm.



$x^2 + (6 - x)^2 = \left(\sqrt{26}\right)^2 \rightarrow 2x^2 - 12x + 10 = 0 \rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2} \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 5 \end{cases}$$

Hay dos soluciones válidas: $x_1 = 1$ y $x_2 = 5$.

Ejercicios y problemas

Página 115

Practica

Resolución mental y por tanteo

1. Resuelve mentalmente y explica con palabras el proceso seguido.

a) $(x+2)^2 = 64$ **b)** $7 - \dfrac{x+2}{3} = 5$ **c)** $\dfrac{5x+1}{8} = 2$

d) $\dfrac{(x+1)^2}{3} - 10 = 2$ **e)** $3 - 2^{x-5} = 2$ **f)** $\sqrt{x-7} = 2$

a) El único número que elevado al cuadrado da 64 es 8; por lo tanto, $(x+2) = 8$, por lo que $x = 6 \rightarrow (6+2)^2 = 8^2 = 64$

b) Necesitamos que $\dfrac{x+2}{3} = 2$, por lo que $x = 4 \rightarrow 7 - \dfrac{4+2}{3} = 7 - \dfrac{6}{3} = 7 - 2 = 5$

c) El número que dividido entre 8 da 2 es 16, por lo que la suma del numerador debe dar 16 y, para ello, $x = 3 \rightarrow \dfrac{(5 \cdot 3)+1}{8} = \dfrac{15+1}{8} = \dfrac{16}{8} = 2$

d) $\dfrac{(x+1)^2}{3}$ tiene que valer 12, porque $12 - 10 = 2$. Por tanto, $(x+1)^2$ tiene que ser igual a 36, porque $36 : 3 = 12$. Entonces:

$x+1$ puede ser igual a 6 $\rightarrow x = 5$

$x+1$ puede ser igual a $-6 \rightarrow x = -7$

e) 2^{x-5} tiene que valer 1 $\rightarrow x - 5$ tiene que ser igual a 0 $\rightarrow x = 5$

f) Para que el resultado sea 2, la raíz cuadrada debe ser la de 4. El número que restándole 7 da 4, es $x = 11$; $\sqrt{11-7} = \sqrt{4} = 2$

2. Busca por tanteo una solución exacta de cada una de las siguientes ecuaciones:

a) $3^{x-5} = 27$ **b)** $\sqrt{x+9} = 13$

c) $(x+1)^3 = 216$ **d)** $x^3 - x^2 - x = 15$

a) $x = 8$ b) $x = 160$ c) $x = 5$ d) $x = 3$

3. Busca por tanteo una solución aproximada de las siguientes ecuaciones:

a) $x^3 = 381$ **b)** $x^4 - x^2 = 54$ **c)** $x - \sqrt{x+5} = 0$

d) $3^{x-1} = 0,005$ **e)** $5^x = 0,32$ **f)** $x^{0,75} = 17$

a) $x \approx 7,25$ b) $x \approx 4,14$ c) $x \approx 3$

d) $x \approx -4$ e) $x \approx -0,7$ f) $x \approx 44$

Ecuaciones de primer grado

4. **Resuelve las siguientes ecuaciones y comprueba la solución de cada una:**

a) $3x - 2(x + 3) = x - 3(x + 1)$ **b)** $4 + x - 4(1 - x) + 5(2 + x) = 0$

c) $2x + 7 - 2(x - 1) = 3(x + 3)$ **d)** $4(2x - 7) - 3(3x + 1) = 2 - (7 - x)$

a) $3x - 2(x + 3) = x - 3(x + 1) \rightarrow 3x - 2x - 6 = x - 3x - 3 \rightarrow 3x = 3 \rightarrow x = 1$

Comprobación: $3 \cdot 1 - 2(1 + 3) = 1 - 3(1 + 1) \rightarrow -5 = -5$

b) $4 + x - 4(1 - x) + 5(2 + x) = 0 \rightarrow 4 + x - 4 + 4x + 10 + 5x = 0 \rightarrow$

$\rightarrow 10x = -10 \rightarrow x = -1$

Comprobación: $4 - 1 - 4(1 + 1) + 5(2 - 1) = 4 - 1 - 8 + 5 = 0$

c) $2x + 7 - 2(x - 1) = 3(x + 3) \rightarrow 2x + 7 - 2x + 2 = 3x + 9 \rightarrow 0 = 3x \rightarrow x = 0$

Comprobación: $2 \cdot 0 + 7 - 2(0 - 1) = 3 \cdot (0 + 3) \rightarrow 9 = 9$

d) $4(2x - 7) - 3(3x + 1) = 2 - (7 - x) \rightarrow 8x - 28 - 9x - 3 = 2 - 7 + x \rightarrow$

$\rightarrow -2x = 26 \rightarrow x = -13$

Comprobación: $4[2(-13) - 7] - 3[3(-13) + 1] = 2 - [7 - (-13)] \rightarrow$

$\rightarrow -132 + 114 = 2 - 20 \rightarrow -18 = -18$

5. **Resuelve las siguientes ecuaciones:**

a) $\frac{x - 3}{5} = \frac{x + 1}{3} - 2$ **b)** $1 = \frac{x + 3}{3} - \frac{x}{2}$ **c)** $\frac{3x + 4}{5} = \frac{x + 2}{2}$

d) $\frac{5x - 16}{6} = -\frac{x + 8}{12} + \frac{x + 1}{3}$ **e)** $\frac{2x - 4}{3} = 3 - \frac{4 + x}{2}$

a) $\frac{x - 3}{5} = \frac{x + 1}{3} - 2 \rightarrow 15\left(\frac{x - 3}{5}\right) = 15\left(\frac{x + 1}{3} - 2\right)$

$3(x - 3) = 5(x + 1) - 30 \rightarrow 3x - 9 = 5x + 5 - 30 \rightarrow 16 = 2x \rightarrow x = 8$

b) $1 = \frac{x + 3}{3} - \frac{x}{2} \rightarrow 6 \cdot 1 = 6\left(\frac{x + 3}{3} - \frac{x}{2}\right) \rightarrow 6 = 2(x + 3) - 3x \rightarrow$

$\rightarrow 6 = 2x + 6 - 3x \rightarrow x = 0$

c) $\frac{3x + 4}{5} = \frac{x + 2}{2} \rightarrow 2(3x - 4) = 5(x + 2) \rightarrow 6x - 8 = 5x + 10 \rightarrow x = 18$

d) $\frac{5x - 16}{6} = -\frac{x + 8}{12} + \frac{x + 1}{3} \rightarrow 12\left(\frac{5x - 16}{6}\right) = 12\left(-\frac{x + 8}{12} + \frac{x + 1}{3}\right) \rightarrow$

$\rightarrow 2(5x - 16) = -(x + 8) + 4(x + 1) \rightarrow$

$\rightarrow 10x - 32 = -x - 8 + 4x + 4 \rightarrow 7x = 28 \rightarrow x = 4$

e) $\frac{2x - 4}{3} = 3 - \frac{4 + x}{2} \rightarrow 6\left(\frac{2x - 4}{3}\right) = 6\left(3 - \frac{4 + x}{2}\right) \rightarrow$

$\rightarrow 2(2x - 4) = 18 - 3(4 + x) \rightarrow$

$\rightarrow 4x - 8 = 18 - 12 - 3x \rightarrow 7x = 14 \rightarrow x = 2$

6. **Resuelve y comprueba la solución de cada una de las siguientes ecuaciones:**

a) $\frac{x+2}{2}-\frac{x+3}{3}=-\frac{x-4}{4}+\frac{x-5}{5}$

b) $\frac{3x+2}{5}-\frac{4x-1}{10}+\frac{5x-2}{8}=\frac{x+1}{4}$

c) $\frac{x+5}{5}-\frac{x+5}{24}=\frac{x+6}{10}+\frac{x+4}{60}$

d) $2x-\frac{1}{2}(1+3x)-\frac{3}{5}(x-2)=\frac{1}{4}(3-x)$

a) $\frac{x+2}{2}-\frac{x+3}{3}=-\frac{x-4}{4}+\frac{x-5}{5} \to 60\left(\frac{x+2}{2}-\frac{x+3}{3}\right)=60\left(-\frac{x-4}{4}+\frac{x-5}{5}\right)$

$30(x+2)-20(x+3)=-15(x-4)+12(x-5) \to$

$\to 30x+60-20x-60=-15x+60+12x-60 \to 37x=0 \to x=0$

Comprobación: $\frac{0+2}{2}-\frac{0+3}{3}=-\frac{0-4}{4}+\frac{-5}{5} \to 1-1=1-1 \to 0=0$

b) $\frac{3x+2}{5}-\frac{4x-1}{10}+\frac{5x-2}{8}=\frac{x+1}{4} \to 40\left(\frac{3x+2}{5}-\frac{4x-1}{10}+\frac{5x-2}{8}\right)=40\left(\frac{x+1}{4}\right)$

$8(3x+2)-4(4x-1)+5(5x-2)=10(x+1) \to$

$\to 24x+16-16x+4+25x-10=10x+10 \to 23x=0 \to x=0$

Comprobación: $\frac{2}{5}-\frac{-1}{10}+\frac{-2}{8}=\frac{2}{5}+\frac{1}{10}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$

c) $\frac{x+5}{5}-\frac{x+5}{24}=\frac{x+6}{10}+\frac{x+4}{60} \to 120\left(\frac{x+5}{5}-\frac{x+5}{24}\right)=120\left(\frac{x+6}{10}+\frac{x+4}{60}\right)$

$24(x+5)-5(x+5)=12(x+6)+2(x+4) \to$

$\to 24x+120-5x-25=12x+72+2x+8 \to 5x=-15 \to x=-3$

Comprobación: $\frac{-3+5}{5}-\frac{-3+5}{24}=\frac{2}{5}-\frac{1}{12}=\frac{19}{60}$

$\frac{-3+6}{6}+\frac{-3+4}{60}=\frac{3}{10}+\frac{1}{60}=\frac{19}{60}$

d) $2x-\frac{1}{2}-\frac{3x}{2}-\frac{3x}{5}+\frac{6}{5}=\frac{3}{4}-\frac{x}{4} \to 20\cdot\left(2x-\frac{1}{2}-\frac{3x}{2}-\frac{3x}{5}+\frac{6}{5}\right)=20\cdot\left(\frac{3}{4}-\frac{x}{4}\right) \to$

$\to 40x-10-30x-12x+24=15-5x \to 3x=1 \to x=\frac{1}{3}$

Comprobación: $2\cdot\frac{1}{3}-\frac{1}{2}-\frac{3\cdot\frac{1}{3}}{2}-\frac{3\cdot\frac{1}{3}}{5}+\frac{6}{5}=\frac{2}{3}-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}-\frac{1}{5}+\frac{6}{5}=\frac{2}{3}$

$\frac{3}{4}-\frac{\frac{1}{3}}{4}=\frac{2}{3}$

7. **Comprueba que las siguientes ecuaciones son de primer grado y halla sus soluciones:**

a) $(4x-3)(4x+3)-4(3-2x)^2=3x$

b) $2x(x+3)+(3-x)^2=3x(x+1)$

c) $\frac{x(x+1)}{2}-\frac{(2x-1)^2}{8}=\frac{3x+1}{4}-\frac{1}{8}$

a) $(4x-3)(4x+3)-4(3-2x)^2=3x \to 16x^2-9-4(9+4x^2-12x)=3x \to$

$\to 16x^2-9-36-16x^2+48x=3x \to 45x=45 \to x=1$

b) $2x(x+3)+(3-x)^2=3x(x+1) \;\rightarrow\; 2x^2+6x+9+x^2-6x=3x^2+3x \;\rightarrow$

$\rightarrow\; 9=3x \;\rightarrow\; x=3$

c) $\dfrac{x(x+1)}{2}-\dfrac{(2x-1)^2}{8}=\dfrac{3x+1}{4}-\dfrac{1}{8} \;\rightarrow\; 8\left(\dfrac{x(x+1)}{2}-\dfrac{(2x-1)^2}{8}\right)=8\left(\dfrac{3x+1}{4}-\dfrac{1}{8}\right) \;\rightarrow$

$\rightarrow\; 4x(x-1)-(2x-1)^2=2(3x+1)-1 \;\rightarrow\; 4x^2-4x-(4x^2+1-4x)=6x+2-1 \;\rightarrow$

$\rightarrow\; -1=6x+1 \;\; 8 \;\; -2=6x \;\rightarrow\; x=-\dfrac{2}{6}=-\dfrac{1}{3}$

8. **Algunas de las siguientes ecuaciones no tienen solución y otras tienen infinitas soluciones. Resuélvelas y comprueba los resultados.**

a) $\mathbf{4(2x+1)-3(x+3)=5(x-2)}$

b) $\mathbf{2(x-3)+1=3(x-1)-(2+x)}$

c) $\mathbf{\dfrac{3x+1}{2}=2x-\dfrac{1-x}{2}}$

d) $\mathbf{x+\dfrac{2x-7}{4}=2x+\dfrac{x-1}{2}}$

a) $8x+4-3x-9=5x-10 \;\rightarrow\; 5x-5=5x-10 \;\rightarrow\; 0x=-5 \;\rightarrow$ No tiene solución.

b) $2x-6+1=3x-3-2-x \;\rightarrow\; 2x-5=2x-5 \;\rightarrow\; 0x=0 \;\rightarrow$ Tiene infinitas soluciones.

c) $2\cdot\left(\dfrac{3x+1}{2}\right)=2\cdot\left(2x-\dfrac{1-x}{2}\right) \;\rightarrow\; 3x+1=4x-1+x \;\rightarrow\; 2=2x \;\rightarrow\; x=1$

Comprobación: $\dfrac{3\cdot 1+1}{2}=2\cdot 1-\dfrac{1-1}{2} \;\rightarrow\; 2=2$

d) $4\cdot\left(x+\dfrac{2x-7}{4}\right)=4\cdot\left(2x+\dfrac{x-1}{2}\right) \;\rightarrow\; 4x+2x-7=8x+2x-2 \;\rightarrow\; 6x-7=10x-2 \;\rightarrow$

$\rightarrow\; -4x=5 \;\rightarrow\; x=-\dfrac{5}{4}$

Comprobación: $-\dfrac{5}{4}-\dfrac{38}{16}=-\dfrac{10}{4}-\dfrac{9}{8} \;\rightarrow\; -\dfrac{20}{16}-\dfrac{38}{16}=-\dfrac{40}{16}-\dfrac{18}{16} \;\rightarrow\; \dfrac{-58}{16}=\dfrac{-58}{16}$

9. **Solo una de las siguientes ecuaciones tiene solución única. Resuélvelas y compruébalo.**

a) $\mathbf{\dfrac{x+1}{2}=2+\dfrac{2x-3}{4}}$

b) $\mathbf{\dfrac{4x-3}{12}-\dfrac{2x+1}{4}=\dfrac{x-1}{3}-\dfrac{3x+1}{6}}$

c) $\mathbf{\dfrac{1+x}{3}-\dfrac{x+3}{5}=\dfrac{26}{15}-\dfrac{4+x}{2}}$

d) $\mathbf{\dfrac{(x+1)^2}{16}-\dfrac{1+x}{2}=\dfrac{(x-1)^2}{16}-\dfrac{2+x}{4}}$

a) $4\cdot\left(\dfrac{x+1}{2}\right)=4\cdot\left(2+\dfrac{2x-3}{4}\right) \;\rightarrow\; 2x+2=8+2x-3 \;\rightarrow\; 2x+2=2x+5 \;\rightarrow\; 0x=3 \;\rightarrow$

$\rightarrow$ No tiene solución.

b) $12\cdot\left(\dfrac{4x-3}{12}-\dfrac{2x+1}{4}\right)=12\cdot\left(\dfrac{x-1}{3}-\dfrac{3x+1}{6}\right) \;\rightarrow\; 4x-3-6x-3=4x-4-6x-2 \;\rightarrow$

$\rightarrow\; -2x-6=-2x-6 \;\rightarrow\; 0x=0 \;\rightarrow$ Tiene infinitas soluciones.

c) $30\cdot\left(\dfrac{1+x}{3}-\dfrac{x+3}{5}\right)=30\cdot\left(\dfrac{26}{15}-\dfrac{4+x}{2}\right) \;\rightarrow\; 10+10x-6x-18=52-60-15x \;\rightarrow$

$\rightarrow\; -8+4x=-8-15x \;\rightarrow\; 19x=0 \;\rightarrow\; x=0$

Comprobación: $\dfrac{1}{3}-\dfrac{3}{5}=\dfrac{26}{15}-\dfrac{4}{2} \;\rightarrow\; \dfrac{5}{15}-\dfrac{9}{15}=\dfrac{52}{30}-\dfrac{60}{30} \;\rightarrow\; -\dfrac{4}{15}=-\dfrac{4}{15}$

d) $16 \cdot \left[\frac{(x+1)^2}{16} - \frac{1+x}{2}\right] = 16 \cdot \left[\frac{(x-1)^2}{16} - \frac{2+x}{4}\right] \rightarrow (x+1)^2 - 8 - 8x = (x-1)^2 - 8 - 4x \rightarrow$

$\rightarrow x^2 + 2x + 1 - 8 - 8x = x^2 - 2x + 1 - 8 - 4x \rightarrow x^2 - 6x - 7 = x^2 - 6x - 7 \rightarrow$

$\rightarrow 0x = 0 \rightarrow$ Tiene infinitas soluciones.

10. **Resuelve.**

a) $\frac{2}{3}(x-3) + \frac{1}{5}(x-5) = \frac{3}{5}\left(x + \frac{2}{3}\right) + \frac{4x}{15}$

b) $2x - \frac{1}{2}(1 + 3x) = \frac{3}{5}(x-2) + \frac{1}{4}(3-x)$

c) $\frac{4}{3}(2-x) - \frac{3}{4}(2x-1) = 4x - 7\left(x - \frac{1}{2}\right) - \frac{3}{4}$

d) $x(8x-1) - (3x-4)^2 = x(7-x) - 2(x-4)$

a) $\frac{2x}{3} - \frac{6}{3} + \frac{x}{5} - \frac{5}{5} = \frac{3x}{5} + \frac{6}{15} + \frac{4x}{15} \rightarrow 15 \cdot \left(\frac{2x}{3} - \frac{6}{3} + \frac{x}{5} - \frac{5}{5}\right) = 15 \cdot \left(\frac{3x}{5} + \frac{6}{15} + \frac{4x}{15}\right) \rightarrow$

$\rightarrow 10x - 30 + 3x - 15 = 9x + 6 + 4x \rightarrow 13x - 45 = 13x + 6 \rightarrow$

$\rightarrow 0x = 51 \rightarrow$ No tiene solución.

b) $20 \cdot \left(2x - \frac{1}{2} - \frac{3x}{2}\right) = 20 \cdot \left(\frac{3x}{5} - \frac{6}{5} + \frac{3}{4} - \frac{x}{4}\right) \rightarrow 40x - 10 - 30x = 12x - 24 + 15 - 5x \rightarrow$

$\rightarrow 10x - 10 = 7x - 9 \rightarrow 3x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{3}$

c) $\frac{8}{3} - \frac{4x}{3} - \frac{6x}{4} + \frac{3}{4} = 4x - 7x + \frac{7}{2} - \frac{3}{4} \rightarrow$

$\rightarrow 12 \cdot \left(\frac{8}{3} - \frac{4x}{3} - \frac{6x}{4} + \frac{3}{4}\right) = 12 \cdot \left(4x - 7x + \frac{7}{2} - \frac{3}{4}\right) \rightarrow$

$\rightarrow 32 - 16x - 18x + 9 = 48x - 84x + 42 - 9 \rightarrow 41 - 34x = 33 - 36x \rightarrow 2x = -8 \rightarrow$

$\rightarrow x = -\frac{8}{2} = -4$

d) $8x^2 - x - (9x^2 - 24x + 16) = 7x - x^2 - 2x + 8 \rightarrow -x^2 + 23x - 16 = -x^2 + 5x + 8 \rightarrow$

$\rightarrow 18x = 24 \rightarrow x = \frac{24}{18} = \frac{4}{3}$

Página 116

Ecuaciones de segundo grado

11. **Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado sin utilizar la fórmula de resolución:**

a) $3x^2 - 12x = 0$ **b)** $x - 3x^2 = 0$

c) $2x^2 - 5x = 0$ **d)** $2x^2 - 8 = 0$

e) $9x^2 - 25 = 0$ **f)** $4x^2 + 100 = 0$

g) $16x^2 = 100$ **h)** $3x^2 - 6 = 0$

a) $3x^2 - 12x = 0 \rightarrow 3x(x - 4) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$

b) $x - 3x^2 = 0 \rightarrow x(1 - 3x) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = 1/3 \end{cases}$

c) $2x^2 - 5x = 0 \rightarrow x(2x - 5) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = 5/2 \end{cases}$

d) $2x^2 - 8 = 0 \rightarrow 2x^2 = 8 \rightarrow x^2 = 4 \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$

e) $9x^2 - 25 = 0 \rightarrow 9x^2 = 25 \rightarrow x^2 = \dfrac{25}{9} \begin{cases} x = 5/3 \\ x = -5/3 \end{cases}$

f) $4x^2 + 100 = 0 \rightarrow 4x^2 = -100$ No tiene solución.

g) $16x^2 = 100 \rightarrow x^2 = \dfrac{100}{16} \begin{cases} x = 10/4 = 5/2 \\ x = -10/4 = -5/2 \end{cases}$

h) $3x^2 - 6 = 0 \rightarrow 3x^2 = 6 \rightarrow x^2 = 2 \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$

12. **Resuelve.**

a) $x^2 + 4x - 21 = 0$ **b)** $x^2 + 9x + 20 = 0$

c) $9x^2 - 12x + 4 = 0$ **d)** $x^2 + x + 3 = 0$

e) $4x^2 + 28x + 49 = 0$ **f)** $x^2 - 2x + 3 = 0$

g) $4x^2 - 20x + 25 = 0$ **h)** $-2x^2 + 3x + 2 = 0$

a) $x^2 + 4x - 21 = 0 \rightarrow x = \dfrac{-4 \pm \sqrt{16 + 21 \cdot 4}}{2} = \dfrac{-4 \pm 10}{2} \begin{cases} x = 3 \\ x = -7 \end{cases}$

b) $x^2 + 9x + 20 = 0 \rightarrow x = \dfrac{-9 \pm \sqrt{81 - 4 \cdot 20}}{2} = \dfrac{-9 \pm 1}{2} \begin{cases} x = -4 \\ x = -5 \end{cases}$

c) $9x^2 - 12x + 4 = 0 \rightarrow x = \dfrac{12 \pm \sqrt{144 - 4 \cdot 9 \cdot 4}}{18} = \dfrac{12 \pm 0}{18} = \dfrac{2}{3}$

d) $x^2 + x + 3 = 0 \rightarrow x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 3}}{2}$ No tiene solución.

e) $4x^2 + 28x + 49 = 0 \to x = \dfrac{-28 \pm \sqrt{784 - 4 \cdot 4 \cdot 49}}{8} = \dfrac{-28 \pm 0}{8} = -\dfrac{7}{2}$

f) $x^2 - 2x + 3 = 0 \to x = \dfrac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 3}}{2}$ No tiene solución.

g) $4x^2 - 20x + 25 = 0 \to x = \dfrac{20 \pm \sqrt{400 - 4 \cdot 4 \cdot 25}}{8} = \dfrac{20 \pm 0}{8} = \dfrac{5}{2}$

h) $-2x^2 + 3x + 2 = 0 \to x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{9 - 4(-2) \cdot 2}}{-4} = \dfrac{-3 \pm 5}{-4} \begin{cases} x = -2/4 = -1/2 \\ x = 2 \end{cases}$

13. **Resuelve igualando a cero cada factor:**

a) $\boldsymbol{x(3x - 1) = 0}$ **b)** $\boldsymbol{3x(x + 2) = 0}$ **c)** $\boldsymbol{(x + 1)(x + 3) = 0}$

d) $\boldsymbol{(x - 5)(x + 5) = 0}$ **e)** $\boldsymbol{(x - 5)^2 = 0}$ **f)** $\boldsymbol{(2x - 5)^2 = 0}$

a) $x = 0;\ 3x - 1 = 0 \to x = \dfrac{1}{3}$ *Soluciones*: $x = 0;\ x = \dfrac{1}{3}$

b) $3x = 0;\ x + 2 = 0 \to x = -2$ *Soluciones*: $x = 0;\ x = -2$

c) $x + 1 = 0;\ x + 3 = 0$ *Soluciones*: $x = -1;\ x = -3$

d) $x - 5 = 0;\ x + 5 = 0$ *Soluciones*: $x = 5;\ x = -5$

e) $x - 5 = 0$ *Solución*: $x = 5$

f) $2x - 5 = 0$ *Solución*: $x = \dfrac{5}{2}$

14. **Opera y resuelve.**

a) $\boldsymbol{(x - 2)(3x + 2) = (x - 4)(2x + 1)}$ **b)** $\boldsymbol{(x - 1)^2 + (1 - x)(x + 2) = 0}$

c) $\boldsymbol{(x + 1)^2 = (x + 1)(2x - 3)}$ **d)** $\boldsymbol{5(x + 2)^2 - (7x + 3)(x + 2) = 0}$

a) $3x^2 + 2x - 6x - 4 = 2x^2 + x - 8x - 4 \to 3x^2 - 4x - 4 = 2x^2 - 7x - 4 \to$

$\to x^2 + 3x = 0 \to x \cdot (x + 3) = 0 \to x_1 = 0;\ x_2 = -3$

b) $x^2 - 2x + 1 + x + 2 - x^2 - 2x = 0 \to x + 3 = 0 \to x = -3$

c) $x^2 + 2x + 1 = 2x^2 - 3x + 2x - 3 \to x^2 + 2x + 1 = 2x^2 - x - 3 \to -x^2 + 3x + 4 = 0 \to$

$\to x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 4}}{-2} = \dfrac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{-2} = \dfrac{-3 \pm \sqrt{25}}{-2} = \dfrac{-3 \pm 5}{-2} \to x_1 = -1;\ x_2 = 4$

d) $5 \cdot (x^2 + 4x + 4) - (7x^2 + 14x + 3x + 6) = 0 \to 5x^2 + 20x + 20 - 7x^2 - 14x - 3x - 6 = 0$

$\to -2x^2 + 3x + 14 = 0 \to x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 14}}{2 \cdot (-2)} = \dfrac{-3 \pm \sqrt{121}}{-4} = \dfrac{-3 \pm 11}{-4} \to$

$\to x_1 = -2;\ x_2 = \dfrac{14}{4} = \dfrac{7}{2}$

15. **Resuelve las siguientes ecuaciones:**

a) $\boldsymbol{(2x + 1)(x - 3) = (x + 1)(x - 1) - 8}$ **b)** $\boldsymbol{(2x - 3)(2x + 3) - x(x + 1) - 5 = 0}$

c) $\boldsymbol{(2x + 1)^2 = 4 + (x + 2)(x - 2)}$ **d)** $\boldsymbol{(x + 4)^2 - (2x - 1)^2 = 8x}$

a) $(2x + 1)(x - 3) = (x + 1)(x - 1) - 8 \to 2x^2 - 6x + x - 3 = x^2 - 1 - 8 \to$

$\to x^2 - 5x + 6 = 0 \to x = \dfrac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 6}}{2} \to x = \dfrac{5 \pm 1}{2} \begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \end{cases}$

b) $(2x-3)(2x+3)-x(x+1)-5=0 \to 4x^2-9-x^2-x-5=0 \to 3x^2-x-14=0 \to$

$\to x=\dfrac{1\pm\sqrt{1-4\cdot3\cdot(-14)}}{6}=\dfrac{1\pm\sqrt{169}}{6}=\dfrac{1\pm13}{6}$ $\begin{cases} x=7/3 \\ x=-2 \end{cases}$

c) $(2x+1)^2=4+(x+2)(x-2) \to 4x^2+1+4x=4+x^2-4 \to 3x^2+4x+1=0 \to$

$\to x=\dfrac{-4\pm\sqrt{16-4\cdot3\cdot1}}{6}=\dfrac{-4\pm\sqrt{4}}{6}=\dfrac{-4\pm2}{6}$ $\begin{cases} x=-1/3 \\ x=-1 \end{cases}$

d) $(x+4)^2-(2x-1)^2=8x \to x^2+16+8x-(4x^2+1-4x)-8x=0 \to$

$\to x^2+16+8x-4x^2-1+4x-8x=0 \to -3x^2+4x+15=0 \to$

$\to x=\dfrac{-4\pm\sqrt{16-4\cdot(-3)\cdot15}}{-6}=\dfrac{-4\pm\sqrt{196}}{-6}=\dfrac{-4\pm14}{-6}$ $\begin{cases} x=-5/3 \\ x=3 \end{cases}$

16. **Resuelve las ecuaciones siguientes:**

a) $\dfrac{(5x-4)(5x+4)}{4}=\dfrac{(3x-1)^2-9}{2}$ **b)** $\dfrac{x}{3}(x-1)-\dfrac{x}{4}(x+1)+\dfrac{3x+4}{12}=0$

c) $\dfrac{(x-1)(x+2)}{12}-\dfrac{(x+1)(x-2)}{6}-1=\dfrac{x-3}{3}$ **d)** $\dfrac{(x-1)^2-3x+1}{15}+\dfrac{x+1}{5}=0$

e) $\dfrac{x+1}{2}-\dfrac{(x-1)^2}{4}-\dfrac{x+2}{3}+\dfrac{(x-2)^2}{6}=\dfrac{1}{6}$

a) $\dfrac{(5x-4)(5x+4)}{4}=\dfrac{(3x-1)^2-9}{2} \to \dfrac{25x^2-16}{4}=\dfrac{2(9x^2+1-6x-9)}{4} \to$

$\to 25x^2-16=18x^2+2-12x-18 \to 7x^2+12x=0 \to$

$\to x(7x+12)=0$ $\begin{cases} x=0 \\ x=-12/7 \end{cases}$

b) $\dfrac{x}{3}(x-1)-\dfrac{x}{4}(x+1)+\dfrac{3x+4}{12}=0 \to 12\left(\dfrac{x}{3}(x-1)-\dfrac{x}{4}(x+1)+\dfrac{3x+4}{12}\right) \to$

$\to 4x(x-1)-3x(x+1)+3x+4=0 \to 4x^2-4x-3x^2-3x+3x+4=0 \to$

$\to x^2-4x+4=0 \to x=\dfrac{4\pm\sqrt{16-4\cdot4}}{2}=2$

c) $\dfrac{(x-1)(x+2)}{12}-\dfrac{(x+1)(x-2)}{6}-1=\dfrac{x-3}{3} \to \dfrac{x^2+x-2}{12}-\dfrac{x^2-x-2}{6}-1=\dfrac{x-3}{3} \to$

$\to 12\left(\dfrac{x^2+x-2}{12}-\dfrac{x^2-x-2}{6}-1\right)=12\left(\dfrac{x-3}{3}\right) \to$

$\to x^2+x-2-2(x^2-x-2)-12=4(x-3) \to$

$\to x^2+x-2-2x^2+2x+4-12=4x-12 \to -x^2-x+2=0 \to$

$\to x^2+x-2=0 \to x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1-4(-2)}}{2}=\dfrac{-1\pm3}{2}$ $\begin{cases} x=1 \\ x=-2 \end{cases}$

d) $\dfrac{(x-1)^2-3x+1}{15}+\dfrac{x+1}{5}=0 \to 15\left[\dfrac{(x-1)^2-3x+1}{15}+\dfrac{x+1}{5}\right]=0 \to$

$\to x^2-2x+1-3x+1+3x+3=0 \to x^2-2x+5=0 \to$

$\to x=\dfrac{2\pm\sqrt{4-4\cdot5}}{2} \to$ No tiene solución.

e) $\frac{x+1}{2} - \frac{(x-1)^2}{4} - \frac{x+2}{3} + \frac{(x-2)^2}{6} = \frac{1}{6} \rightarrow$

$\rightarrow 12\left(\frac{x+1}{2} - \frac{(x-1)^2}{4} - \frac{x+2}{3} + \frac{(x-2)^2}{6}\right) = 12 \cdot \frac{1}{6} \rightarrow$

$\rightarrow 6(x+1) - 3(x^2 - 2x + 1) - 4(x+2) + 2(x^2 - 4x + 4) = 2 \rightarrow$

$\rightarrow 6x + 6 - 3x^2 + 6x - 3 - 4x - 8 + 2x^2 - 8x + 8 = 2 \rightarrow$

$\rightarrow -x^2 + 3 = 0 \rightarrow x^2 = 3 \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases}$

17. **Resuelve.**

a) $\frac{7(x-5)}{8} + x - 2 = \left(x - \frac{9}{2}\right)\left(x - \frac{11}{4}\right)$

b) $\frac{x+3}{3} - \frac{(4-x)^2}{9} = \frac{1}{3}$

c) $\frac{(3x+1)(2x+3)}{21} + \frac{x^2+3}{7} = \frac{x^2+x-2}{3}$

d) $\frac{x^2-4}{3} + \frac{(2x-2)^2}{8} = \frac{7x^2-10}{12}$

a) $\frac{7x-35}{8} + x - 2 = x^2 - \frac{11x}{4} - \frac{9x}{2} + \frac{99}{8} \rightarrow$

$\rightarrow 8 \cdot \left(\frac{7x-35}{8} + x - 2\right) = 8 \cdot \left(x^2 - \frac{11x}{4} - \frac{9x}{2} + \frac{99}{8}\right) \rightarrow$

$\rightarrow 7x - 35 + 8x - 16 = 8x^2 - 22x - 36x + 99 \rightarrow 15x - 51 = 8x^2 - 58x + 99 \rightarrow$

$\rightarrow 8x^2 - 73x + 150 = 0$

$x = \frac{73 \pm \sqrt{(-73)^2 - 4 \cdot 8 \cdot 150}}{2 \cdot 8} = \frac{73 \pm \sqrt{5329 - 4800}}{16} = \frac{73 \pm \sqrt{529}}{16} = \frac{73 \pm 23}{16} \rightarrow$

$\rightarrow x_1 = 6;\ x_2 = \frac{50}{16} = \frac{25}{8}$

b) $9 \cdot \left(\frac{x+3}{3} - \frac{(4-x)^2}{9}\right) = 9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right) \rightarrow 3x + 9 - (4-x)^2 = 3 \rightarrow$

$\rightarrow 3x + 9 - 16 + 8x - x^2 = 3 \rightarrow -x^2 + 11x - 10 = 0 \rightarrow$

$\rightarrow x = \frac{-11 \pm \sqrt{11^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-10)}}{-2} = \frac{-11 \pm \sqrt{81}}{-2} = \frac{-11 \pm 9}{-2} \rightarrow x_1 = 1;\ x_2 = 10$

c) $21 \cdot \left[\frac{(3x+1)(2x+3)}{21} + \frac{x^2+3}{7}\right] = 21 \cdot \left(\frac{x^2+x-2}{3}\right) \rightarrow$

$\rightarrow (3x+1) \cdot (2x+3) + 3x^2 + 9 = 7x^2 + 7x - 14 \rightarrow$

$\rightarrow 6x^2 + 9x + 2x + 3 + 3x^2 + 9 = 7x^2 + 7x - 14 \rightarrow 9x^2 + 11x + 12 = 7x^2 + 7x - 14 \rightarrow$

$\rightarrow 2x^2 + 4x + 26 = 0 \rightarrow x^2 + 2x + 13 = 0 \rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 13}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{-48}}{2} \rightarrow$

$\rightarrow$ No tiene solución.

d) $24 \cdot \left[\frac{x^2-4}{3} + \frac{(2x-2)^2}{8}\right] = 24 \cdot \left(\frac{7x^2-10}{12}\right) \rightarrow 8x^2 - 32 + 3 \cdot (2x-2)^2 = 14x^2 - 20 \rightarrow$

$\rightarrow 8x^2 - 32 + 12x^2 - 24x + 12 = 14x^2 - 20 \rightarrow 20x^2 - 24x - 20 = 14x^2 - 20 \rightarrow$

$\rightarrow 6x^2 - 24x = 0 \rightarrow 6x(x-4) = 0 \rightarrow x_1 = 0;\ x_2 = 4$

18. **Resuelve las siguientes ecuaciones:**

a) $5x - \frac{3}{x} = \frac{x+1}{x}$ **b)** $\frac{x+2}{3} - \frac{1}{x} = \frac{x-3}{x} + \frac{4-x^2}{2x}$

c) $\frac{x+3}{2} - \frac{1}{x} = \frac{x-3}{x} + \frac{4-x^2}{2x}$ **d)** $\frac{15}{x} = \frac{72-6x}{2x^2} + 2$

a) $x \cdot \left(5x - \frac{3}{x}\right) = x \cdot \left(\frac{x+1}{x}\right) \rightarrow 5x^2 - 3 = x + 1 \rightarrow 5x^2 - x - 4 = 0 \rightarrow$

$\rightarrow x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-4)}}{2 \cdot 5} = \frac{1 \pm \sqrt{81}}{10} = \frac{1 \pm 9}{10} \rightarrow x_1 = 1;\ x_2 = -\frac{8}{10} = -\frac{4}{5}$

b) $6x \cdot \left(\frac{x+2}{3} - \frac{1}{x}\right) = 6x \cdot \left(\frac{x-3}{x} + \frac{4-x^2}{2x}\right) \rightarrow 2x^2 + 4x - 6 = 6x - 18 + 12 - 3x^2 \rightarrow$

$\rightarrow 5x^2 - 2x = 0 \rightarrow x \cdot (5x - 2) = 0 \rightarrow x_1 = 0;\ x_2 = \frac{2}{5}$

Debemos descartar la solución $x_1 = 0$, ya que anula algunos denominadores.

c) $2x\left(\frac{x+3}{2} - \frac{1}{x}\right) = 2x\left(\frac{x-3}{x} + \frac{4-x^2}{2x}\right) \rightarrow x^2 + 3x - 2 = 2x - 6 + 4 - x^2 \rightarrow$

$\rightarrow 2x^2 + x = 0 \rightarrow x(2x + 1) = 0 \rightarrow x_1 = 0;\ x_2 = \frac{-1}{2}$

Debemos descartar la solución $x_1 = 0$, ya que anula algunos denominadores.

d) $2x^2\left(\frac{15}{x}\right) = 2x^2\left(\frac{72-6x}{2x^2} + 2\right) \rightarrow 30x = 72 - 6x + 4x^2 \rightarrow 4x^2 - 36x + 72 = 0 \rightarrow$

$\rightarrow x^2 - 9x + 18 = 0$

$x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \cdot 18}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 72}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{9 \pm 3}{2} \rightarrow x_1 = 6;\ x_2 = 3$

Aplica lo aprendido

19. **La suma de tres números naturales consecutivos es igual al quíntuple del menor menos 11. ¿Cuáles son esos números?**

Llamemos x, $x + 1$, $x + 2$ a los números. Así:

$x + x + 1 + x + 2 = 5x - 11 \rightarrow 14 = 2x \rightarrow x = 7$

Los números son 7, 8 y 9.

20. **Calcula un número tal que sumándole su mitad se obtiene lo mismo que restando 6 a los 9/5 de ese número.**

$x + \frac{x}{2} = \frac{9}{5}x - 6 \rightarrow 10\left(x + \frac{x}{2}\right) = 10\left(\frac{9}{5}x - 6\right) \rightarrow 10x + 5x = 18x - 60 \rightarrow$

$\rightarrow 60 = 3x \rightarrow x = 20$

El número es 20.

21. **Halla tres números impares consecutivos tales que su suma sea 117.**

Cualquier número impar se puede escribir de la forma 2x + 1.

$2x + 1 + 2x + 3 + 2x + 5 = 117 \rightarrow 6x = 108 \rightarrow x = 18$

Los números son 37, 39 y 41.

22. **He pagado 14,30 € por un bolígrafo, un cuaderno y una carpeta. Si el precio de la carpeta es 5 veces el del cuaderno y este cuesta el doble que el bolígrafo, ¿cuál es el precio de cada artículo?**

Precio del bolígrafo, x; cuaderno, $2x$; carpeta, $5 \cdot 2x$.

$x + 2x + 10x = 14{,}30 \rightarrow 13x = 14{,}30 \rightarrow x = 1{,}1$

El bolígrafo cuesta 1,1 €; el cuaderno, 2,2 €, y la carpeta, 11 €.

23. **Calcula la altura de un árbol que es un metro más corto que un poste que mide el doble que el árbol.**

Altura del árbol: x; altura del poste, $2x$.

$x = 2x - 1 \rightarrow x = 1$ m.

El árbol mide 1 m.

24. **El precio de unos zapatos ha subido un 15 % en diciembre y ha bajado un 20 % en enero. De esta forma, el precio inicial ha disminuido en 6,96 €. ¿Cuál era el precio inicial?**

$x \cdot 1{,}15 \cdot 0{,}8 = x - 6{,}96 \rightarrow 0{,}92x = x - 6{,}96 \rightarrow 6{,}96 = 0{,}08x \rightarrow x = 87$ €

El precio inicial era 87 €.

Página 117

25. **Con 3,50 € más del dinero que tengo, podría comprar la camiseta de mi equipo. Si tuviera el doble, me sobrarían 7,25 €. ¿Cuánto dinero tengo?**

x es el dinero que tengo.

$x + 3{,}5 = 2x - 7{,}25 \rightarrow 3{,}5 + 7{,}25 = x \rightarrow x = 10{,}75$ € es el dinero que tengo.

26. **Si al cuadrado de un número le restamos su triple obtenemos 130. ¿Cuál es el número?**

x es el número buscado.

$$x^2 - 3x = 130 \rightarrow x^2 - 3x - 130 = 0 \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 4 \cdot 130}}{2} = \frac{3 \pm 23}{2} \begin{cases} x = 13 \\ x = -10 \end{cases}$$

El número puede ser 13 o –10. Hay dos soluciones.

27. **Halla dos números enteros consecutivos tales que la suma de sus cuadrados es 145.**

Los números son x y $x + 1$.

$$x^2 + (x + 1)^2 = 145 \rightarrow x^2 + x^2 + 1 + 2x - 145 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 2x^2 + 2x - 144 = 0 \rightarrow x^2 + x - 72 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 72 \cdot 4}}{2} = \frac{-1 \pm 17}{2} \begin{cases} x = 8 \\ x = -9 \end{cases}$$

Son 8 y 9, o bien, –9 y –8. Hay dos soluciones.

28. **Si al producto de un número natural por su siguiente le restamos 31 obtenemos el quíntuple de la suma de ambos. ¿De qué número se trata?**

x es el número que buscamos.

$$x(x + 1) - 31 = 5(x + x + 1) \rightarrow x^2 + x - 31 = 10x + 5 \rightarrow x^2 - 9x - 36 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 4 \cdot 36}}{2} = \frac{9 \pm 15}{2} \begin{cases} x = 12 \\ x = -3 \end{cases}$$

El número puede ser 12, o bien, –3. Hay dos soluciones.

Resuelve problemas

29. **Del dinero de una cuenta bancaria retiramos 1/7; ingresamos después 2/15 de lo que quedó y aún faltan 12 € para tener la cantidad inicial. ¿Cuánto dinero había en la cuenta?**

x es el dinero de la cuenta.

$$\left.\begin{array}{l} \text{Retiramos } \frac{1}{7}x \rightarrow \text{quedan } \frac{6}{7}x \\ \text{Ingresamos } \frac{2}{15} \cdot \frac{6}{7}x = \frac{4}{35}x \end{array}\right\} \frac{6}{7}x + \frac{4}{35}x + 12 = x \rightarrow \frac{34}{35}x + 12 = x \rightarrow$$

$$\rightarrow 12 = \frac{1}{35}x \rightarrow x = 420 \text{ € había en la cuenta.}$$

30. **Un padre de 43 años tiene dos hijos de 9 y 11 años. ¿Cuántos años han de transcurrir para que entre los dos hijos igualen la edad del padre?**

x son los años que tienen que pasar.

$(9 + x) + (11 + x) = 43 + x \rightarrow 20 + 2x = 43 + x \rightarrow x = 23$

Han de transcurrir 23 años.

31. **Estamos haciendo bocadillos de chorizo para llevar de excursión. Si ponemos 4 rodajas en cada uno, sobran 12, y si ponemos 5, nos faltan 8. ¿Cuántos bocadillos queremos preparar?**

Número de bocadillos que queremos preparar: x

$4x + 12 = 5x - 8 \rightarrow x = 20$

Queremos preparar 20 bocadillos.

32. **En una fiesta celebrada en un restaurante gallego se sirvieron cigalas (un plato para cada dos personas), almejas (un plato para cada tres) y percebes (un plato para cada cuatro). Si en total se sirvieron 65 platos, ¿cuántas personas había?**

Número de personas que había en la fiesta: x

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 65 \rightarrow \frac{13}{12}x = 65 \rightarrow x = \frac{65 \cdot 12}{13} = 60$$

Había 60 personas.

33. **¿Cuántos litros de aceite de orujo de 1,60 €/*l* tenemos que añadir a 60 *l* de aceite de oliva de 2,80 €/*l* para obtener una mezcla de 2,50 €/*l*?**

x son los litros de aceite de orujo.

	CANTIDAD	PRECIO	COSTE
ORUJO	x	1,6	$1{,}6x$
OLIVA	60	2,8	$2{,}8 \cdot 60$
MEZCLA	$x + 60$	2,5	$2{,}5(x + 60)$

$1{,}6x + 168 = 2{,}5x + 150 \rightarrow$

$\rightarrow 18 = 0{,}9x \rightarrow x = 20\ l$

Tenemos que añadir 20 litros.

34. **Al mezclar 30 kg de pintura con 50 kg de otra de calidad inferior, obtenemos una mezcla a 3,30 €/kg. Si el precio de la barata es la mitad que el de la otra, ¿cuál es el precio de cada pintura?**

	CANTIDAD	PRECIO	COSTE
PINTURA I	30	$2x$	$60x$
PINTURA II	50	x	$50x$
MEZCLA	80	3,30	$80 \cdot 3{,}3$

$60x + 50x = 264 \rightarrow 110x = 264 \rightarrow$

$\rightarrow x = 2{,}4$ €/kg

La pintura cara vale 4,8 €/kg, y la pintura barata, 2,4 €/kg.

35. **Una marca de café de 14,15 €/kg se elabora con un 30 % de café colombiano de 18 €/kg, y el resto, con otro. ¿Cuál es el precio de ese otro?**

Para obtener 1 kg de mezcla, ponemos 0,3 kg de café colombiano y 0,7 kg del otro café.

$0{,}3 \cdot 18 + 0{,}7x = 1 \cdot 14{,}15 \rightarrow 0{,}7x = 8{,}75 \rightarrow x = 12{,}5$ €/kg

El precio del café barato es 12,5 €/kg.

36. **Un centro escolar contrató un autobús para una salida al campo. Con todas las plazas ocupadas, el precio del billete es de 12 €; pero quedaron 4 plazas libres, por lo que el viaje costó 13,5 €. ¿Cuántas plazas tiene el autobús?**

x es el número total de plazas.

$x \cdot 12 = (x - 4) \cdot 13{,}5 \to 12x = 13{,}5x - 54 \to 54 = 1{,}5x \to x = 36$

36 es el número de plazas que tiene el autobús.

37. **Un grupo de amigos se van a repartir un premio y les toca a 15 € a cada uno. Deciden compartirlo con cuatro amigos más y de esta forma les toca a 3 € menos a cada uno. ¿Cuántos son en total a repartir?**

Llamamos x al número de amigos que se van a repartir el premio en un principio.

Como el premio es la misma cantidad en ambos casos:

$15 \cdot x = \text{PREMIO}; \; 12 \cdot (x + 4) = \text{PREMIO}$

$15x = 12\,(x + 4) \to 15x = 12x + 48 \to 3x = 48 \to x = \dfrac{48}{3} = 16$

Al principio eran 16 personas, y al final, 20 personas.

38. **Si un número aumenta en un 10 %, resulta 42 unidades mayor que si disminuye en un 5 %. ¿Cuál es ese número?**

$1{,}1x = 42 + 0{,}95x \to 0{,}15x = 42 \to x = \dfrac{42}{0{,}15} = 280$

Por tanto, el número es 280.

39. **Un inversor, que dispone de 28 000 €, coloca parte de su capital en un banco al 4 %, y el resto, en otro banco al 3,5 %. Si la primera parte le produce anualmente 220 € más que la segunda, ¿cuánto colocó en cada banco?**

Si llamamos x a lo que depositó en el primer banco, en el segundo depositó $28\,000 - x$.

$1{,}04x = (28\,000 - x)1{,}035 + 220 \to 1{,}04x = 28\,980 - 1{,}035x + 220 \to 2{,}075x = 29\,200$

$x = \dfrac{29\,200}{2{,}075} \approx 14\,072{,}30$ €

$28\,000 - 14\,072{,}30 = 13\,927{,}70$ €

En un banco depositó 14 072,30 €, y en el otro, 13 927,70 €.

40. **Dos ciudades, A y B, distan 250 km. Un camión sale de A hacia B a 90 km/h. A la misma hora sale de B hacia A un coche que tarda una hora y cuarto en encontrarse con el camión. ¿Qué velocidad lleva el coche?**

En una hora, el coche recorre x km, y el camión, 90 km.

La velocidad con la que se acercan es la suma de ambos, $(90 + x)$ km/h.

Tardan 1,25 h en recorrer 250 km entre los dos.

Por tanto:

$1{,}25(90 + x) = 250 \to 112{,}5 + 1{,}25x = 250 \to x = 110$

La velocidad del coche es $x = 110$ km/h.

41. **Un ciclista que va a 21 km/h tarda tres cuartos de hora en alcanzar a otro que le lleva una ventaja de 2,25 km. ¿Qué velocidad lleva el que va delante?**

x es la velocidad del que va delante.

La velocidad con que se acercan es $21 - x$.

Con esa velocidad, deben recorrer 2,25 km en 0,75 h.

$$2{,}25 = (21 - x) \cdot 0{,}75 \ \rightarrow\ \frac{2{,}25}{0{,}75} = 21 - x \ \rightarrow\ 3 = 21 - x \ \rightarrow\ x = 18 \text{ km/h}$$

42. **Ana sale en su coche a 80 km/h. Se para 15 min para echar gasolina y después conduce un buen rato a 100 km/h. Cuando llega a su destino, comprueba que hizo 250 km en 3 horas, contando la parada. ¿Cuánto tiempo condujo a 80 km/h?**

Llamamos x al tiempo que conduce a 80 km/h.

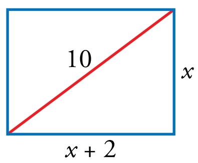
El tiempo del viaje, sin parada, es 3 h – 15 min = 2,75 h. Por tanto, el tiempo que conduce a 100 km/h es $2{,}75 - x$.

El espacio que recorre a 80 km/h es $80x$ y el que recorre a 100 km/h es $100(2{,}75 - x)$. Así:

$$80x + 275 - 100x = 250 \ \rightarrow\ -20x = -25 \ \rightarrow\ x = \frac{-25}{-20} = 1{,}25$$

Ana conduce 1,25 h a 80 km/h.

43. **Calcula los lados de un rectángulo cuya diagonal mide 10 cm y en el que la base mide 2 cm más que la altura.**

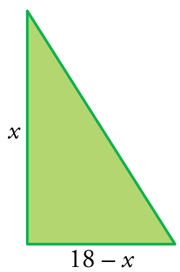


$$x^2 + (x + 2)^2 = 10^2 \ \rightarrow\ x^2 + x^2 + 4x + 4 = 100 \ \rightarrow\ 2x^2 + 4x - 96 = 0 \ \rightarrow$$

$$\rightarrow\ x^2 + 2x - 48 = 0 \ \rightarrow\ x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4(-48)}}{2} = \frac{-2 \pm 14}{2} \left\langle \begin{array}{l} x = 6 \\ x = -8. \text{ No vale.} \end{array} \right.$$

La altura mide 6 cm, y la base, 8 cm.

44. **Los catetos de un triángulo rectángulo suman 18 cm y su área es de 40 cm^2. Halla las medidas de los catetos de este triángulo.**

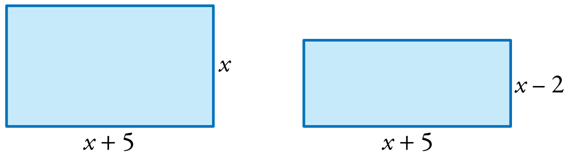


$$\text{Área: } \frac{x(18 - x)}{2} = 40 \ \rightarrow\ 18x - x^2 = 80 \ \rightarrow\ x^2 - 18x + 80 = 0 \ \rightarrow$$

$$\rightarrow\ x = \frac{18 \pm \sqrt{324 - 4 \cdot 80}}{2} = \frac{18 \pm 4}{2} \left\langle \begin{array}{l} x = 11 \\ x = 7 \end{array} \right.$$

Los catetos miden 7 cm y 11 cm, respectivamente.

45. La base de un rectángulo mide 5 cm más que la altura. Si disminuimos la altura en 2 cm, el área del nuevo rectángulo será de 60 cm^2. ¿Cuánto miden los lados del rectángulo?



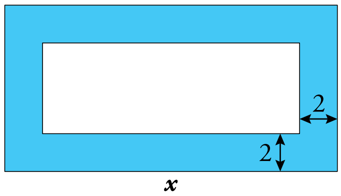
$(x+5)(x-2) = 60 \rightarrow x^2 + 3x - 10 = 60 \rightarrow x^2 - 3x - 70 = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4(-70)}}{2} = \frac{3 \pm 17}{2} \begin{cases} x = 10 \\ x = -7. \text{ No vale.} \end{cases}$$

La altura mide 7 cm, y la base, 12 cm.

Página 118

46. Un patio rectangular, que mide 8 m menos de ancho que de largo, tiene un estanque central, también rectangular, rodeado por una zona de paso de 2 m de ancho. Si sabemos que el área de esa zona es de 112 m², ¿cuáles serán las dimensiones del patio y del estanque?



La superficie que nos dan es la superficie total del patio, S_1, menos la superficie del estanque, S_2:

$112 \text{ m}^2 = S_1 - S_2$

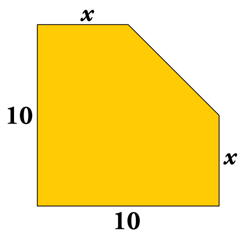
$S_1 = x \cdot (x-8)$; $S_2 = (x-4) \cdot [(x-8)-4]$

$112 = x \cdot (x-8) - (x-4) \cdot (x-12) \to 112 = x^2 - 8x - (x^2 - 12x - 4x + 48) \to$

$\to 112 = 8x - 48 \to 160 = 8x \to x = \dfrac{160}{8} = 20 \text{ m}$

El patio tiene 20 m de largo y 12 m de ancho, y el estanque, 16 m de largo y 8 m de ancho.

47. ¿Cuánto debe valer x para que el área de esa figura sea 82 cm²?



Dividimos la figura en dos: un rectángulo y un trapecio rectángulo. El área total de la figura será igual a la suma de las áreas de ambas figuras.

$A_{\text{RECTÁNGULO}} = b \cdot a = 10x$

$A_{\text{TRAPECIO}} = h \cdot \dfrac{a+b}{2} = (10-x) \cdot \dfrac{10+x}{2}$

$A_{\text{TOTAL}} = A_{\text{RECTÁNGULO}} + A_{\text{TRAPECIO}} = 10x + (10-x) \cdot \dfrac{10+x}{2} \to 82 = 10x + \dfrac{10^2 - x^2}{2} \to$

$\to 2 \cdot 82 = 2 \cdot \left(10x + \dfrac{10^2 - x^2}{2}\right) \to 164 = 20x + 100 - x^2 \to x^2 - 20x + 64 = 0$

$x = \dfrac{-(-20) \pm \sqrt{(-20)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 64}}{2} = \dfrac{20 \pm \sqrt{400 - 256}}{2} = \dfrac{20 \pm \sqrt{144}}{2} = \dfrac{20 \pm 12}{2} \begin{cases} x_1 = 16 \\ x_2 = 4 \end{cases}$

x debe valer 4 cm, porque x debe ser menor que 10.

48. **Calcula dos números naturales que sumen 85 y tales que al dividir el cuadrado del mayor entre el cuadrado del menor se obtenga 5 de cociente y 475 de resto.**

Si llamamos x a un número, el otro será $85 - x$.

$(85 - x)^2 = 5x^2 + 475 \rightarrow 7\,225 - 170x + x^2 = 5x^2 + 475 \rightarrow 4x^2 + 170x - 6\,750 = 0$

$$x = \frac{-170 \pm \sqrt{170^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-6\,750)}}{2 \cdot 4} = \frac{-170 \pm \sqrt{136\,900}}{8} = \frac{-170 \pm 370}{8} \begin{cases} x_1 = 25 \\ x_2 = -67{,}5 \end{cases}$$

La solución $x = -67{,}5$ no es válida, pues no es un número natural.

Los números son 25 y 60.

49. **Si a un número de dos cifras le restamos el que resulta de invertir el orden de estas, el resultado es 18. Averigua cuál es el número sabiendo que la cifra de las unidades es 2.**

Supongamos que el número es ab, y como $b = 2$:

$b + 10a - a - 10b = 18 \rightarrow 9a - 9b = 18 \rightarrow 9a - 18 = 18 \rightarrow 9a = 36 \rightarrow a = 4$

El número es el 42.

50. **Un depósito de agua para riego tiene un grifo de abastecimiento y un desagüe. El grifo llena el depósito en 9 horas. Si además del grifo se abre el desagüe, el depósito tarda 36 horas en llenarse. Averigua cuánto tarda el desagüe en vaciar el depósito lleno, estando cerrado el grifo.**

El grifo llena, en 1 hora, $\frac{1}{9}$ del depósito.

El desagüe vacía, en 1 hora, $\frac{1}{x}$ del depósito.

Abriendo los dos, llenan en 1 hora $\frac{1}{36}$ del depósito.

Por tanto:

$$\frac{1}{9} - \frac{1}{x} = \frac{1}{36} \rightarrow \frac{x-9}{9x} = \frac{1}{36} \rightarrow 36(x-9) = 9x \rightarrow 36x - 324 = 9x \rightarrow$$
$$\rightarrow 27x = 324 \rightarrow x = 12 \text{ h}$$

Tarda en vacias el depósito lleno 12 h.

51. **Un grifo tarda el doble que otro en llenar un depósito. Abriendo los dos a la vez, tardan 8 horas. ¿Cuánto tardará cada uno de ellos en llenarlo?**

Un grifo llena, en 1 h, $\frac{1}{x}$ del depósito, y el otro grifo llena, en 1 h, $\frac{1}{2x}$ del depósito.

Los dos juntos, en 1 hora, llenan $\frac{1}{8}$.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} = \frac{1}{8} \rightarrow \frac{3}{2x} = \frac{1}{8} \rightarrow 2x = 24 \rightarrow x = 12 \text{ h}$$

Uno de los grifos tarda 12 h, y el otro, 24 horas en llenar el depósito.

52. **Un albañil tarda 9 horas en poner los azulejos de una cocina, mientras que otro tarda 10 horas. Se sabe que si trabajan juntos, entre los dos ponen 6 azulejos menos que si trabajan por separado. Un día que reformaron otra cocina trabajando juntos completaron el trabajo en 5 horas. ¿Cuántos azulejos hay que poner en cada cocina?**

Tiene infinitas soluciones.

Si el primer albañil pone x azulejos cada hora, el segundo ha de poner $\frac{9}{10}x$.

Así, si el primero pone 20, el segundo pone 18, y la cocina tendría $20 \cdot 9 = 18 \cdot 10 = 180$ azulejos.

En este caso, en la segunda cocina pondrían $(20 + 18 - 6) \cdot 5 = 160$ azulejos.

Problemas "+"

53. **Ana, en su camino diario al colegio, ha comprobado que si va andando a 4 km/h llega 5 minutos tarde, pero si se da prisa y va a 5 km/h llega 10 minutos antes de la hora. ¿Cuál es la distancia al colegio? ¿Llegará puntual si hace la mitad del camino a 4 km/h y la otra mitad a 5 km/h?**

a) $\frac{x}{4} - \frac{x}{5} = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{x}{20} = \frac{1}{4} \rightarrow x = 5$ km

$$\left.\begin{array}{l}\text{Si va a 4 km/h tarda } 1{,}25 \text{ h} \rightarrow 1 \text{ h y } 15 \text{ min} \\ \text{Si va a 5 km/h tarda 1 h}\end{array}\right\} \text{Tiene que tardar 1 h y 10 min.}$$

b) $\underset{v\,=\,4 \text{ km/h}}{\overset{2{,}5}{\vdash\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!\dashv}}\underset{v\,=\,5 \text{ km/h}}{\overset{2{,}5}{-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!\dashv}} \rightarrow \frac{2{,}5}{4} + \frac{2{,}5}{5} = 0{,}625 + 0{,}5 = 1{,}125 \rightarrow 1 \text{ h } 7' \, 30''$

Llega un poco antes de la hora.

54. **Tenemos tres tipos de tetrabriks con forma de prisma rectangular cuyas bases miden 4 cm × 6 cm, 3 cm × 6 cm y 2 cm × 6 cm, y cuyas alturas son, respectivamente, *a*, *b* y *c*. El primero tiene doble capacidad que el segundo; y el segundo, doble que el tercero. Si la suma de las alturas es 39 cm, ¿cuánto medirá cada una?**

Llamamos V_1, V_2 y V_3 a los volúmenes de cada tetrabrik.

$$\left.\begin{array}{l}V_1 = 4 \cdot 6 \cdot a = 24a \\ V_2 = 3 \cdot 6 \cdot b = 18b\end{array}\right\} \rightarrow 24a = 2 \cdot 18b \rightarrow a = \frac{36b}{24} \rightarrow a = 1{,}5b$$

$$\left.\begin{array}{l}V_2 = 3 \cdot 6 \cdot b = 18b \\ V_3 = 2 \cdot 6 \cdot c = 12c\end{array}\right\} \rightarrow 18b = 2 \cdot 12c \rightarrow c = \frac{18b}{24} \rightarrow c = 0{,}75b$$

$a + b + c = 39 \rightarrow 1{,}5b + b + 0{,}75b = 39 \rightarrow 3{,}25b = 39 \rightarrow b = 12$

$a = 1{,}5 \cdot 12 = 18$ cm; $b = 12$ cm; $c = 0{,}75 \cdot 12 = 9$ cm

55. **Luis y Miguel van a visitar a sus abuelos. Como solo tienen una bicicleta, acuerdan que Miguel la lleve hasta la mitad del camino y la deje allí hasta que Luis, que sale andando, la recoja. La segunda mitad, Miguel caminará y Luis irá en bicicleta. De esta forma tardan una hora en llegar a su destino. El que camina va a 4 km/h y el que va en bicicleta, a 12 km/h. ¿Cuál es la distancia que han recorrido? ¿Cuánto tiempo estuvo parada la bicicleta?**

t: tiempo que emplea Miguel en recorrer la mitad del camino en bicicleta.

$12t = 4(1 - t) \rightarrow 16t = 4 \rightarrow t = \frac{1}{4}$ h

Andando tarda $\frac{3}{4}$ h.

Distancia: $12 \cdot \frac{1}{4} + 4\frac{3}{4} = 3 + 3 = 6$ km

Tiempo de bicicleta parada: La deja cuando ha pasado $\frac{1}{4}$ h y el otro la recoge a los $\frac{3}{4}$ h. Está parada $\frac{1}{2}$ hora.

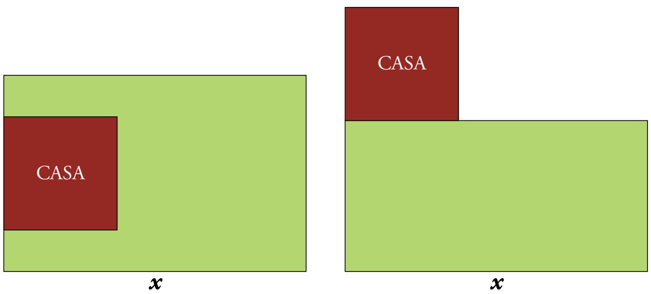
56. **Una empresa constructora está diseñando dos tipos, A y B, de viviendas unifamiliares con jardín.**

Tipo A: Parcela rectangular que mide 25 m menos de ancho que de largo. Dentro de la parcela, la vivienda ocupa un cuadrado de 50 m de lado.

Tipo B: Vivienda del mismo tamaño que en A, y zona de jardín rectangular con el mismo largo que en A y 20 m menos de ancho.

a) Calcula la medida de la base x de ambas parcelas para que la superficie del jardín sea la misma.

b) Para ese valor de x, halla la superficie de cada parcela y la del jardín correspondiente.



a) $x \cdot (x - 20) = x \cdot (x - 25) - 50^2 \rightarrow x^2 - 20x = x^2 - 25x - 2\,500 \rightarrow 5x - 2\,500 = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow x = \frac{2\,500}{5} = 500 \text{ m}$$

b) Vivienda tipo A

$A_{\text{PARCELA}} = 500 \cdot 475 = 237\,500 \text{ m}^2$

$A_{\text{JARDÍN}} = 237\,500 - 2\,500 = 235\,000 \text{ m}^2$

Vivienda tipo B

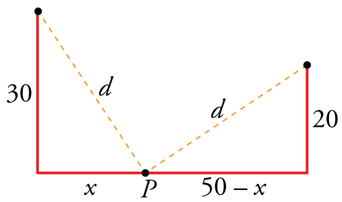
$A_{\text{PARCELA}} = (500 \cdot 480) + 2\,500 = 242\,500 \text{ m}^2$

$A_{\text{JARDÍN}} = 240\,000 \text{ m}^2$

Página 119

57. **En las dos orillas de un río hay dos palmeras. La más alta mide 30 codos; la otra, 20 codos, y la distancia entre ambas es de 50 codos. En la copa de cada palmera hay un pájaro. Al descubrir los dos pájaros un pez en la superficie del río, se lanzan rápidamente, alcanzando al pez al mismo tiempo.**

¿A qué distancia del tronco de la palmera más alta apareció el pez?



$\left.\begin{array}{l} d^2 = 20^2 + (50 - x)^2 \\ d^2 = 30^2 + x^2 \end{array}\right\}$ La distancia a P es la misma desde las dos palmeras.

$20^2 + (50 - x)^2 = 30^2 + x^2 \ \rightarrow \ 400 + 2\,500 - 100x + x^2 = 900 + x^2 \ \rightarrow \ 2\,000 = 100x \ \rightarrow$

$\rightarrow \ x = 20$ codos

A 20 codos de la palmera más alta.

58. **Carmen hace cuentas sobre las compras que ha hecho y observa que el abrigo le ha costado el triple que el bolso; el bolso, 5 € menos que la camisa; la camisa, 6 € más que los deportivos; los deportivos, el doble que el estuche; el estuche, la mitad que el pantalón, y este, 120 € menos que la suma de todos los demás artículos. Calcula el precio de cada compra y el dinero que se gastó Carmen.**

$A = 3B; \ \ B = C - 5; \ \ C = D + 6; \ \ D = 2E; \ \ E = \dfrac{P}{2}$

$P = A + B + C + D + E - 120$

$A = 3(C - 5) = 3(D + 6 - 5) = 3(D + 1) = 3(2E + 1) = 3(P + 1) = 3P + 3$

$B = D + 6 - 5 = D + 1 = 2E + 1 = P + 1$

$C = 2E + 6 = P + 6$

$D = P$

$P = 3P + 3 + P + 1 + P + 6 + P + \dfrac{P}{2} - 120 \ \rightarrow \ 5P + \dfrac{P}{2} = 110 \ \rightarrow \ \dfrac{11P}{2} = 110 \ \rightarrow \ P = 20$

$P = 20$ € precio pantalón.

E = 10 € estuche; D = 20 € deportivos; C = 26 € camisa; $B = 21$ € bolso; $A = 63$ € abrigo

Gasto total: 140 €

Reflexiona sobre la teoría

59. **¿Es 3 o –2 solución de alguna de las siguientes ecuaciones? Compruébalo.**

a) $\dfrac{3 - x}{5} + \dfrac{x}{3} = \dfrac{1}{3}$

b) $2^x + 2^{x-1} - 2^{x+1} = -4$

c) $\sqrt{14 - x} = 4$

d) $(2 - x)^3 + 3x = x^2 - 1$

a) $x = 3 \ \rightarrow\ \dfrac{3-3}{5} + \dfrac{3}{3} \neq \dfrac{1}{3} \ \rightarrow\ 0 + 1 \neq \dfrac{1}{3} \ \rightarrow$ 3 no es solución.

$x = -2 \ \rightarrow\ \dfrac{3-(-2)}{5} + \dfrac{-2}{3} = 1 - \dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{3} \ \rightarrow$ –2 sí es solución.

b) $x = 3 \ \rightarrow\ 2^3 + 2^2 - 2^4 = 8 + 4 - 16 = -4 \ \rightarrow$ 3 es solución.

$x = -2 \ \rightarrow\ 2^{-2} + 2^{-3} - 2^{-1} = \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{8} - \dfrac{1}{2} \neq -4 \ \rightarrow$ –2 no es solución.

c) $x = 3 \ \rightarrow\ \sqrt{14-3} \neq 4 \ \rightarrow$ 3 no es solución.

$x = -2 \ \rightarrow\ \sqrt{14-(-2)} = \sqrt{16} = 4 \ \rightarrow$ –2 es solución.

d) $x = 3 \ \rightarrow\ \left.\begin{array}{l}(2-3)^3 + 3 \cdot 3 = -1 + 9 = 8 \\ 3^2 - 1 = 8\end{array}\right\} \rightarrow$ 3 es solución.

$x = -2 \ \rightarrow\ \left.\begin{array}{l}(2-(-2))^3 + 3(-2) = 64 - 6 = 58 \\ (-2)^2 - 1 = 3\end{array}\right\} \rightarrow$ –2 no es solución.

60. **¿Verdadero o falso? Razona las respuestas.**

a) La ecuación $5x = 0$ no tiene solución.

b) Si multiplicamos por –3 los dos miembros de una ecuación, su solución no varía.

c) La ecuación $0x = 4$ tiene infinitas soluciones.

d) El discriminante de una ecuación de segundo grado es $-b^2 + 4ac$.

e) La ecuación $ax^2 + c = 0$ no tiene solución si $c > 0$.

a) Falso, $x = 0$.

b) Verdadero, siempre que sea a ambos miembros.

c) Falso, no tiene solución, pues ningún número multiplicado por 0 da distinto de 0.

d) Falso, el discriminante es $b^2 - 4ac$.

e) Falso. Si a es negativo, tiene solución.

61. **¿Son equivalentes estas ecuaciones?:**

$$2(x-1) + x + 1 = 2x + 1$$
$$2x - 1 - (x - 1) = 2(3x - 5)$$

¿Y $x^2 - 2x = 0$ y $2x - 4 = 0$?

Justifica las respuestas.

- $2(x-1) + x + 1 = 2x + 1 \ \rightarrow\ 2x - 2 + x + 1 = 2x + 1 \ \rightarrow\ x = 2$

  $2x - 1 - (x-1) = 2(3x-5) \ \rightarrow\ 2x - 1 - x + 1 = 6x - 10 \ \rightarrow\ -5x = -10 \ \rightarrow\ x = 2$

  Son equivalentes, porque tienen la misma solución.

- $x^2 - 2x = 0 \ \rightarrow\ x(x-2) = 0 \ \left\langle \begin{array}{l} x = 2 \\ x = 0 \end{array}\right.$

  $2x - 4 = 0 \ \rightarrow\ x = 2$

  No son equivalentes, porque no tienen las mismas soluciones.

62. **En la ecuación $5t^2 - 3t + 2 = 2t + 2$ indica:**

a) Cuál es la incógnita.

b) Cuáles son los valores de a, b y c.

c) Cuál es el segundo miembro.

d) Si es una ecuación completa o incompleta.

$5t^2 - t = 0$

a) La incógnita es t.

b) $a = 5$, $b = -1$ y $c = 0$.

c) $2t + 2$

d) Incompleta.

63. **En la ecuación $3x - a(x - 2) = b$:**

a) ¿Cuáles deben ser los valores de a y de b para que tenga infinitas soluciones?

b) ¿Y para que no tenga solución?

$3x - ax + 2a = b$

a) Para que tenga infinitas soluciones, $3x - ax = 0x \to a = 3$ y $2a - b = 0 \to b = 6$

b) $a = 3$ y b = cualquier número distinto de 6.

64. **Ejercicio resuelto.**

65. **Inventa ecuaciones de segundo grado con:**

a) Dos soluciones: $x = -2$ y $x = 3$

b) Dos soluciones: $x = 3$ y $x = -\frac{2}{3}$

c) Dos soluciones: $x = 0$ y $x = -5$

d) Una solución: $x = 4$

e) Ninguna solución.

a) $(x + 2)(x - 3) = 0 \to x^2 - x - 6 = 0$

b) $(x - 3)\left(x + \frac{2}{3}\right) = 0 \to x^2 - \frac{7}{3}x - 2 = 0 \to 3x^2 - 7x - 6 = 0$

c) $x(x + 5) = 0 \to x^2 + 5x = 0$

d) $(x - 4)^2 = 0$

e) $x^2 + 100 = 0$

66. **Si el discriminante de una ecuación de segundo grado es $\Delta = 5$, ¿qué podemos decir del número de soluciones de la ecuación? ¿Y si $\Delta = 0$?**

Si $\Delta = 5$, el número de soluciones es 2.

Si $\Delta = 0$, el número de soluciones es 1.

67. **En la ecuación $x^2 - 14x + m = 0$:**

a) ¿Qué valor debe tomar m para que tenga dos soluciones iguales?

b) ¿Y para que sean distintas?

c) ¿Y para que no tenga solución?

a) $x^2 - 14x + m = 0$

$\Delta = 142 - 4 \cdot m = 0 \;\rightarrow\; 196 - 4m = 0 \;\rightarrow\; m = 49$

b) Para que sean distintas, $m \neq 49$ y $m < 49$.

c) Para que no tenga solución, $196 - 4m < 0 \;\rightarrow\; 196 < 4m \;\rightarrow\; m > 49$.

68. **¿Cuál debe ser el valor de a para que $x = 2$ sea solución de la ecuación $(x - 3)^2 - x^3 + a = 0$?**

Justifica tu respuesta.

$(x - 3)^2 - x^3 + a = 0 \;\rightarrow\; (2 - 3)^2 - 2^3 + a = 0 \;\rightarrow\; 1 - 8 + a = 0 \;\rightarrow\; a = 7$

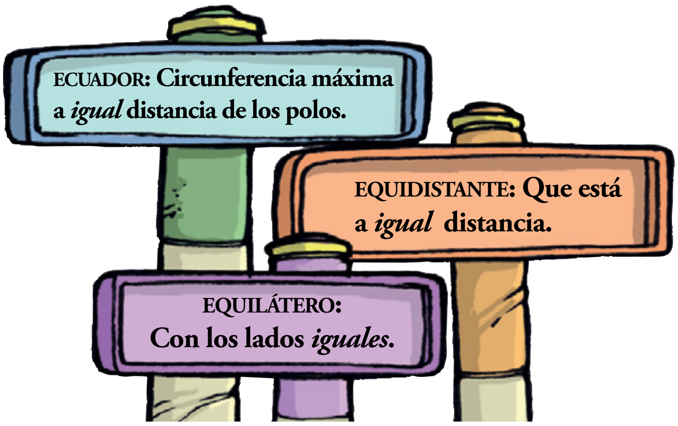
Página 120

Infórmate

Sabías que…

Ecuación viene del término latino *aequatio*, que, a su vez, se deriva de *aequare* (igualar) o *aequus* (igual).

Abajo tienes otras palabras del castellano con la misma raíz.



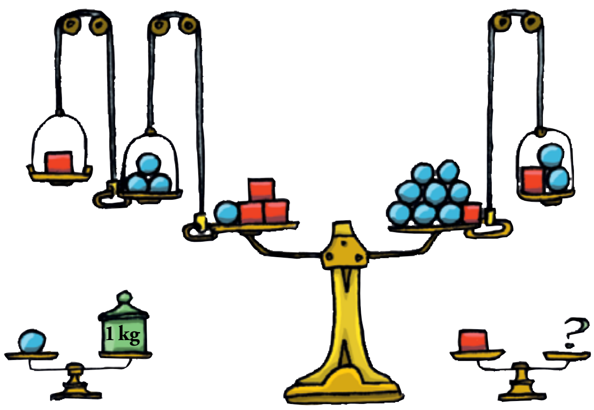
- **Busca otras cuatro palabras que tengan la misma raíz que ecuación.**

  Por ejemplo: equitativo, ecuánime, equilibrio y equinocio.

Utiliza tu ingenio

En perfecto equilibrio

- **Si cada bola pesa un kilo, ¿cuánto pesa cada caja?**



Las poleas sirven para restar peso. Teniendo esto en cuenta, las balanzas y los juegos de poleas dan lugar a la siguiente ecuación (llamamos x al peso de la caja):

$$3x + 1 - (3 - x) = 8 + x - (x + 2)$$

Su solución es $x = 2$. La caja pesa 2 kilogramos.

Usa la equis

- **Completa esta tabla de forma que sumando los números de dos casillas consecutivas obtengas el número de la siguiente:**

5						81

5	x	$5 + x$	$5 + 2x$	$10 + 3x$	$15 + 5x$	$25 + 8x =$ **81**

La solución de la ecuación es $x = 7$. Por tanto, la tabla queda así:

5	7	12	19	31	50	81
1	2	3	4	5	6	7

Ingéniatelas como puedas...

- **…para buscar una solución de esta ecuación:**

$$7 + \sqrt{1 + \sqrt{5 - \sqrt{30 - \sqrt{13 + \sqrt{x}}}}} = 8$$

$x = 144$

Interpreta, describe, exprésate

- **Escribe un número cualquiera de tres cifras:** ***abc***

Escribe el mismo número invertido: cba

Resta al mayor el menor y suma las cifras de la diferencia obtenida.

¡Esta suma es siempre 18!

a) Comprueba, con ejemplos, que siempre se cumple la afirmación anterior. ¿Sabrías justificar por qué ocurre?

b) Analiza y explica el proceso que se expone a continuación.

Sea ***abc*** **un número de tres cifras. Supongamos que** $a > c$.

PASO 1

	a	b	c
$-$	c	b	a
			$c - a < 0$

PASO 2

	a	$b - 1$	$c + 10$
$-$	c	b	a
			$10 + c - a$

PASO 3

	$a - 1$	$10 + b - 1$	$c + 10$
$-$	c	b	a
	$a - 1 - c$	9	$10 + c - a$

Sumamos las cifras de la diferencia y…

$824 - 428 = 396$, $3 + 9 + 6 = 18$; $351 - 153 = 198$, $1 + 9 + 8 = 18$

Página 121

Entrénate resolviendo problemas

- **Un granjero, tras recoger en una cesta su cosecha de huevos, piensa:**

  — Si los envaso por docenas, me sobran 5.

  — Si tuviera uno más, podría envasarlos, exactamente, en cajas de 10.

  — Casi he recogido 100 huevos.

  ¿Cuántos huevos recogió el granjero?

  Considerando los puntos tercero y segundo, puede tener 79 u 89 ó 99.

  Eliminamos 5 huevos de cada uno de estos grupos (por el punto primero):

  74 84 94

  La única cantidad que resulta ser múltiplo de 12 es 84.

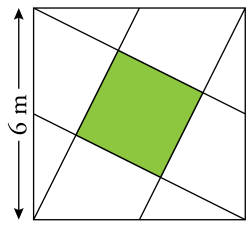
  Por tanto, el granjero recogió 89 huevos.

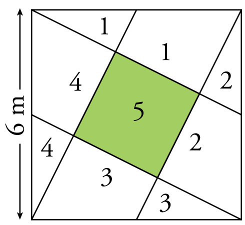
- **El reloj de una torre tarda 15 segundos en dar las seis. ¿Cuánto tardará en dar las doce?**

  Entre la primera y la sexta campanadas hay 5 intervalos de tiempo. Los 15 segundos se reparten entre 5 y, así, se obtienen 3 segundos entre campanada y campanada.

  Por lo tanto, para dar las 12 (11 intervalos de tiempo) el reloj tarda $11 \cdot 3 = 33$ segundos.

- **Calcula la superficie del cuadrado verde.**





Vemos claramente que el cuadrado grande está formado por cinco cuadrados iguales, uno de los cuales es el verde.

La superficie del cuadrado grande es $6^2 = 36$ m^2.

La superficie del cuadrado verde será $\dfrac{36}{5} = 7{,}2$ m^2.

Autoevaluación

1. Resuelve mentalmente las siguientes ecuaciones y explica el proceso seguido:

a) $(x + 13)^2 = 25$

b) $\sqrt{x^2 + 15} = 8$

a) La suma que hay dentro del paréntesis debe ser 5, porque es el número que elevado al cuadrado da 25, por lo que $x = -8$.

b) La suma que hay dentro de la raíz debe dar 64, cuya raíz cuadrada es 8. Por ello, x^2 debe ser 49, y el número que elevado al cuadrado da 49 es 7, por lo que $x = 7$.

2. Resuelve, por tanteo, con ayuda de la calculadora.

a) $(x - 14)^3 = x + 10$

b) $\sqrt{x^4 - x^2} = 5$

a) $x = 17$

b) $x \approx 2,37$

3. Resuelve.

a) $\dfrac{3x-2}{5} - \dfrac{3(x+1)}{10} = \dfrac{3-x}{4} - \dfrac{9}{10}$

b) $\dfrac{x+1}{2} = x - \dfrac{2x+3}{4}$

c) $x - 1 + \dfrac{3-x}{2} = \dfrac{2}{3}x$

a) $20\left(\dfrac{3x-2}{5} - \dfrac{3x+3}{10}\right) = 20\left(\dfrac{3-x}{4} - \dfrac{9}{10}\right) \rightarrow 12x - 8 - 6x - 6 = 15 - 5x - 18 \rightarrow$

$\rightarrow 12x - 6x + 5x = 15 - 18 + 8 + 6 \rightarrow 11x = 11 \rightarrow x = 1$

b) $4\left(\dfrac{x+1}{2}\right) = 4\left(x - \dfrac{2x+3}{4}\right) \rightarrow 2x + 2 = 4x - 2x - 3 \rightarrow 2x + 2 = 2x - 3 \rightarrow 0x = -5.$

No tiene solución.

c) $6\left(x - 1 + \dfrac{3-x}{2}\right) = 6\left(\dfrac{2}{3}x\right) \rightarrow 6x - 6 + 9 - 3x = 4x \rightarrow 3x + 3 = 4x \rightarrow x = 3$

4. Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $\dfrac{5}{2}x^2 - 2x = 0$

b) $4x^2 + 25 = 0$

c) $(x + 3)(x - 3) - 25x = 9x - 298$

d) $\dfrac{(x-2)(x-3)}{6} - \dfrac{(x-1)^2}{4} = 2 - x$

a) $2 \cdot \left(\dfrac{5}{2}x^2 - 2x\right) = 0 \rightarrow 5x^2 - 4x = 0 \rightarrow x \cdot (5x - 4) \rightarrow x_1 = 0;\ x_2 = \dfrac{4}{5}$

b) $4x^2 = -25 \rightarrow x = \sqrt{-\dfrac{25}{4}} \rightarrow$ No tiene solución.

c) $x^2 - 9 - 25x = 9x - 298 \rightarrow x^2 - 34x + 289 = 0$

$x = \dfrac{-(-34) \pm \sqrt{(-34)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 289}}{2} = \dfrac{34 \pm \sqrt{0}}{2} = \dfrac{34}{2} = 17 \rightarrow$ Solución única.

d) $\dfrac{x^2 - 5x + 6}{6} - \dfrac{x^2 - 2x + 1}{4} = 2 - x \rightarrow 2x^2 - 10x + 12 - 3x^2 + 6x - 3 = 24 - 12x \rightarrow$

$\rightarrow -x^2 + 8x - 15 = 0 \rightarrow x^2 - 8x + 15 = 0 \rightarrow x = \dfrac{8 \pm \sqrt{64 - 60}}{2} = \dfrac{8 \pm 2}{2} \begin{cases} x = 5 \\ x = 3 \end{cases}$

5. **Mezclamos 6 kg de harina de 1,30 €/kg con otra de 0,70 €/kg para obtener una mezcla de 1,10 €/kg. ¿Qué cantidad tenemos que poner del segundo tipo de harina?**

Llamamos x a la cantidad de harina que desconocemos. La cantidad de la mezcla será $6 + x$.

$$1{,}3 \cdot 6 + 0{,}7x = 1{,}1 \cdot (6 + x) \rightarrow 7{,}8 + 0{,}7x = 6{,}6 + 1{,}1x \rightarrow 0{,}4x = 1{,}2 \rightarrow x = \frac{1{,}2}{0{,}4} = 3 \text{ kg}$$

Tenemos que poner 3 kg del segundo tipo de harina.

6. **Un tren sale de A hacia B a 135 km/h. Una hora más tarde sale de B hacia A otro tren a 115 km/h. Si la distancia entre A y B es de 485 km, ¿cuánto tardarán en cruzarse?**

Como el primer tren sale una hora antes, cuando sale el segundo tren, el primero ya ha recorrido 135 km, y le quedan por recorrer 350 km. Si comenzamos a contar el tiempo desde ahí, se cruzan cuando se igualan los tiempos:

$$t = \frac{e}{v} \rightarrow t_1 = t_2 \rightarrow \frac{x}{135} = \frac{350 - x}{115} \rightarrow 115x = -135x + 47\,250 \rightarrow 250x = 47\,250 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = 189; \; t = \frac{189}{135} = 1{,}4 \text{ h}$$

Sumando la hora que le quitamos al principio, los trenes se encuentran 2,4 horas después de que saliera el primer tren.

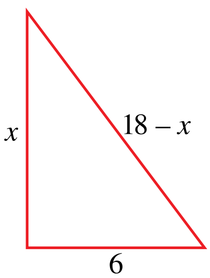
7. **Tres amigos cobran 540 € por hacer un trabajo. El primero trabajó 12 horas y el segundo, que trabajó 2 horas más que el tercero, recibió 180 €. ¿Cuántas horas y cuánto dinero corresponden a cada uno?**

$\frac{180}{540} = \frac{1}{3} \rightarrow$ Como sabemos que el segundo hizo un tercio del trabajo, y el tercero trabajó dos horas menos, el primero trabajó dos horas más, por lo que trabajaron 12, 10 y 8 horas respecticamente.

El primero cobró: $\frac{12}{30} \cdot 540 = 216$ €

El tercero cobró: $\frac{8}{30} \cdot 540 = 144$ €

8. **Con una cuerda de 24 m de longitud hacemos un triángulo rectángulo en el que uno de los catetos mide 6 m. ¿Cuánto medirán el otro cateto y la hipotenusa?**



$$x^2 + 6^2 = (18 - x)^2 \rightarrow x^2 + 36 = 324 - 36x + x^2 \rightarrow 36x = 288 \rightarrow x = 8$$

Catetos: 6 y 8 m; hipotenusa: 10 m.

9. **Para embaldosar un salón de 48 m² de área se han utilizado 375 baldosas rectangulares en las que un lado mide 8 cm menos que el otro. Halla las dimensiones de las baldosas.**

$$x \cdot (x - 0{,}08) \cdot 375 = 48 \rightarrow (x^2 - 0{,}08x) \cdot 375 = 48 \rightarrow 375x^2 - 30x = 48 \rightarrow$$

$$\rightarrow 375x^2 - 30x - 48 = 0 \rightarrow 125x^2 - 10x - 16 = 0$$

$$x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 125 \cdot (-16)}}{2 \cdot 125} = \frac{10 \pm \sqrt{8100}}{250} = \frac{10 \pm 90}{250} \rightarrow x_1 = \frac{10}{25} = 0{,}4 \text{ m}; \; x_2 = -\frac{8}{25} \text{ m}$$

La única solución válida es 0,4 m (no puede ser un valor negativo).

Las baldosas miden 0,4 m × 0,32 m.