

SISTEMAS DE TRES ECUACIONES CON TRES INCÓGNITASMÉTODO DE SUSTITUCIÓN

$$\begin{cases} 2x + y + z = 4 \\ 2x - y + 2z = 3 \\ x - 4y = -3 \end{cases} \begin{cases} \textcircled{1} \text{ Se elige una ecuación y en ella una incógnita.} \\ \text{(P.e. } x \text{ en la 3ª ecuación) y se despeja} \\ \rightarrow x = -3 + 4y \textcircled{\#} \end{cases}$$

② El resultado se sustituye en las otras ecuaciones.

$$\begin{cases} E_1: 2(-3 + 4y) + y + z = 4 \\ E_2: 2(-3 + 4y) - y + 2z = 3 \end{cases} \begin{cases} -6 + 8y + y + z = 4 \\ -6 + 8y - y + 2z = 3 \end{cases} \begin{cases} 9y + z = 10 \textcircled{*} \\ 7y + 2z = 9 \end{cases}$$

③ Resolvemos el sistema que resulta.

$$\textcircled{*} 9y + z = 10$$

$$9 \cdot 1 + z = 10 \Rightarrow \boxed{z = 1}$$

$$\textcircled{\#} x = -3 + 4y$$

$$x = -3 + 4 = \boxed{1}$$

$$\begin{array}{r} -18y - 2z = -20 \\ 7y + 2z = 9 \\ \hline -11y = -11 \\ y = \frac{-11}{-11} = \boxed{1} \end{array}$$

MÉTODO DE GAUSS

1. Se llevan los datos a una matriz.
2. Se triangula la matriz.
 - a. Se procura que el primer elemento de la primera fila F_1 de la matriz sea un 1
 - b. Hacemos un cero en el primer elemento de F_2
 - Se sustituye la segunda fila F_2 de la matriz por $F_2 - kF_1$ (o por $k_2F_2 - k_1F_1$)
 - c. Hacemos un cero en el primer elemento de F_3
 - d. Hacemos un cero en el segundo elemento de F_2
3. Se resuelve el sistema definido por la matriz triangulada.

$$\begin{cases} x + 2y + z = 2 \\ 3x - y + 3z = -1 \\ x + 3y - z = 1 \end{cases} \begin{array}{l} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 3 & -1 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2 - 3F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & -7 & 0 & -7 \\ 0 & 1 & -2 & -3 \end{array} \right) \\ \xrightarrow{F_3 - F_1} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{SUICIO} \\ F_2 \rightarrow \begin{array}{ccc|c} 3 & -1 & 3 & -1 \\ \hline -3 & -6 & -3 & -6 \\ \hline 0 & -7 & 0 & -7 \end{array} \quad \left\| \quad \begin{array}{l} F_3 \rightarrow \begin{array}{cccc} 1 & 3 & -1 & 1 \\ \hline -1 & -2 & -1 & -2 \\ \hline 0 & 1 & -2 & -3 \end{array} \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{cases} x + 2y + z = 2 \\ -7y = -7 \\ y - 2z = -3 \end{cases}$$

$$\textcircled{F_2} -7y = -7 \Rightarrow y = \frac{-7}{-7} = 1 \Rightarrow \boxed{y = 1}$$

$$\textcircled{F_3} y - 2z = -3 \Rightarrow 1 - 2z = -3 \Rightarrow -2z = -4 \Rightarrow z = \frac{-4}{-2} = 2 \Rightarrow \boxed{z = 2}$$

$$\textcircled{F_1} x + 2y + z = 2 \Rightarrow x + 2 \cdot 1 + 2 = 2 \Rightarrow x + 4 = 2 \Rightarrow x = 2 - 4 = -2 \Rightarrow \boxed{x = -2}$$

Resuelve por el método que consideres más adecuado:

$\begin{cases} x+y+z=2 \\ 2x+3y+5z=11 \\ x-5y+6z=29 \end{cases}$	$\begin{cases} x+2y+3z=9 \\ -3y-6z=-12 \\ 3x+y-2z=4 \end{cases}$	$\begin{cases} x+y-3z=-3 \\ 5x-5y+z=13 \\ -5x-y-4z=-34 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x+5y-2z=21 \\ 4x+5y-3z=20 \\ -4x+y+2z=7 \end{cases}$
1. S: (1,-2,3)	2. S:(4,-2,3)	3. S: (4,2,3)	4. S: (1,5,3)
$\begin{cases} x+2y-3z=-16 \\ 3x+y-2z=-10 \\ 2x-3y+z=-4 \end{cases}$	$\begin{cases} x+y+z=6 \\ x+z=4 \\ y+z=5 \end{cases}$	$\begin{cases} x+y+z=2 \\ 2x+3y+5z=11 \\ x-5y+6z=29 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x+y-z=-6 \\ 3x-y+z=-5 \\ 4x+2y-2z=-1 \end{cases}$
5. S: (1,5,9)	6. S: (1,2,3)	7. S:(1,-2,3)	8. Sin solución

9. Hallar tres números sabiendo que el primero menos el segundo es igual a un quinto del tercero, si al doble del primero le restamos 6 nos queda la suma del segundo y el tercero y, además, el triple del segundo menos el doble del tercero es igual al primero menos 8. Sol: (22, 18, 20)

10. Halla el valor que deben tomar a, b, c para que la curva $y= ax^2+bx+c$ pase por los puntos (1,4), (2,9) y (-3,24) Sol: (2, -1, 3)

11. Hallar las edades de una persona, su padre y su abuelo, sabiendo que con su padre suma 55 años, con su abuelo 85, y que su padre y su abuelo suman 110 años. Sol: (15,40,70)

12. Hallar la parábola que pasa por los puntos (1,7), (2,10), (3,13) Sol: $y= -x^2+6x+2$

13. Resuelve las ecuaciones:

a. $5x^3-3x^2=0$

d. $x^3+x^2-6x=0$

b. $(2x-7)(x+3)^2=0$

e. $x^3-9x=0$

c. $(x+5)(x^2+1)=0$

f. $x(x^2-4)(x^3-4x^2)=0$

Sol: a) 0, 3/5; b) 7/2, -3; c) -5,0 d) 0, -3, 2 e) 0, -3, 3

14. Compró libros por valor de 60 € si me dieran 3 libros más, me saldrían a 1 € menos. ¿Cuántos libros he comprado? Sol: 12 libros a 5 € cada uno.

15. Los gastos mensuales de tres estudiantes, Marta, Raúl y Pedro, suman 1545 €. Si a lo que gasta Marta se le suma el triple de la diferencia entre los gastos de Raúl y Pedro, obtendremos lo que gasta Pedro. Ocho veces la diferencia entre el gasto de Raúl y el de Marta es igual al gasto de Marta. Averigua cuál es la cantidad que gasta cada uno. Sol: (480, 540, 525)

16. Resuelve las ecuaciones:

a. $(x+1)^2-(x-2)^2=(x+3)^2+x^2-20$

b. $\frac{3x+1}{3} - \frac{5x^2+3}{2} = \frac{x^2-1}{2} - \frac{x+2}{3}$

c. $\frac{x-3}{x^2-4} + \frac{x}{x-2} = 3$

d. $x + \frac{4x}{x-4} = \frac{16}{x-4}$

Sol: a) 0, 2 b) 0, 4/9 c) 3, -3/2 d) -4, 4

17. Halla los lados de un rectángulo sabiendo que la base excede en 3 cm al doble de la altura; y que su área es de 14 cm².
Sol: (2,7)

18. Halla dos números positivos cuya diferencia es 7 y la suma de sus cuadrados es 3809. Sol: 40 y 47

19. La diferencia de los cuadrados de dos números es 12. El menor es igual a la raíz cuadrada del mayor. Halla dichos números.
Sol: x=4, y=2

20. Resuelve las ecuaciones:

a.
$$\frac{x+1}{x-3} = 5 - \frac{x+9}{x+2}$$

b.
$$\frac{3x-2}{x^2-4} = \frac{5x+1}{x+2} - \frac{1}{x-2}$$

Sol: a) x=-1/3, 5 b) $x = \frac{13 \pm \sqrt{209}}{10}$

21. A 120 alumnos de Bachillerato se les subvenciona una excursión con destino a las comunidades de Andalucía, Galicia y País Vasco, con un total de 8 922 €. Se asignan 60 € a cada alumno con destino a Andalucía, 72 € a cada uno que vaya al País Vasco y 90 € a los que se dirigen a Galicia. Además, el total de alumnos que van a las dos primeras comunidades citadas excede en 50 a los que van a Galicia. Halla el número de alumnos que visita cada comunidad.
Sol: (29,56,35)

22. El perímetro de un triángulo rectángulo es 60 cm. La hipotenusa mide 2 cm más que el cateto mayor. Averigua las longitudes de los tres lados del triángulo.
Sol: 10, 24 y 26 cm

23. En un triángulo rectángulo la hipotenusa mide 13 cm. Averigua las longitudes de los catetos, sabiendo que su diferencia es de 7 cm.
Sol: (12, 5)

24. La suma de las tres cifras de un número es 8. Si se cambia la cifra de las decenas por la de centenas, el número resultante es 90 unidades mayor. Además, la diferencia entre la cifra de unidades y el doble de la de decenas nos da la cifra de las centenas. Halla el número.
R: 125

25. Resuelve los sistemas:

a.
$$\begin{cases} \frac{2(x+y)}{3} - \frac{3x-y}{2} = \frac{1}{3} \\ 2x-3y + \frac{1}{2}(x+2) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} 5y-2x = \frac{5}{2} \\ 4x + \frac{5}{3}y = 2 \end{cases}$$

Sol: a) (1, 1) b) ¼, 3/5

26. En los tres cursos de una diplomatura hay matriculados un total de 350 alumnos. El número de matriculados en primer curso coincide con los de segundo más el doble de los de tercero. Los alumnos matriculados en segundo más el doble de los de primero superan en 250 al quíntuplo de los de tercero. Calcula el número de alumnos que hay matriculados en cada curso.
R: 200, 100, 50

27. En una confitería envasan los bombones en cajas de 250 gr., 500 gr. y 1 kg. Cierta día se envasaron 60 cajas en total, habiendo 5 cajas más de tamaño pequeño (250 gr.) que de tamaño mediano (500 gr.). Sabiendo que el precio del kg. de bombones es 40 € y que el importe total de los bombones envasados asciende a 1250 € ¿Cuántas cajas se han envasado de cada tipo?
Sol: (30, 25,5)

28. Halla dos números positivos que se diferencian en 5 unidades, sabiendo que la diferencia de sus cuadrados es 45
Sol: (7,2)

29. Un ama de casa adquirió en el mercado ciertas cantidades de patatas, manzanas y naranjas a un precio de 1, 1,20 y 1,50 €/kg., respectivamente. El importe total de la compra fue de 11,60 €. El peso total de la misma, 9 kg. Además, compró 1 kg. más de naranjas que de manzanas. Determinar la cantidad comprada de cada producto. R: (2, 3, 4)

30. El precio de entrada a cierta exposición es de 2 € para los niños, 5 € para los adultos y 2,5 € para los jubilados. En una jornada concreta, la exposición fue visitada por 200 personas en total, igualando el número de visitantes adultos al de niños y jubilados juntos. La recaudación de dicho día ascendió a 735 €. Averiguar cuántos niños, adultos y jubilados visitaron la exposición ese día. R: (30, 100, 70)

31. Resuelve los sistemas: a. $\begin{cases} x + y = 24 \\ x^2 = 9 \\ y^2 = 9 \end{cases}$ b. $\begin{cases} x^2 - 4x = y^2 - 4y \\ x - 2 = y + 2 \end{cases}$ c. $\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 17 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$
R: a) (36,-12); (18, 6) b) (4,0) c) (2,3) (-4/3, -11/3)

32. Una madre y sus dos hijos tienen en total 60 años; el hijo mayor tiene tres veces la edad del menor, y la madre tiene el doble de la suma de las edades de sus hijos. Plantear un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas que resuelva el sistema. Sol: (5,15,40)

33. Las tres cifras de un número suman 18. Si a ese número se le resta el que resulta de invertir el orden de sus cifras, se obtiene 594. La cifra de las decenas es media aritmética entre las otras dos. Hallar dicho número. S: 963

34. La suma de las edades, en el momento actual, de un padre y sus dos hijos es 73 años. Dentro de 10 años la edad del padre será el duplo de la edad del hijo menor. Hace doce años la edad del hijo mayor era el doble de la edad de su hermano. Hallar la edad de cada uno. Sol: (40,18,15)

35. Halla dos números positivos que se diferencian en 5 unidades, sabiendo que la diferencia de sus cuadrados es 45 Sol: (2, 7)

36. Resuelve los sistemas:

a) $\begin{cases} -x + 3y - z = 0 \\ 2y - 3z = 0 \\ 2x + z = 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x - y + 3z = 0 \\ y + 3z = 0 \\ -x + y = 0 \end{cases}$

R: a) (0,0,0) Solución única
S. Compatible determinado
b) (-3z,-3z,z) Infinitas soluciones.
S. Compatible Indeterminado

37. Resuelve los sistemas:

$\begin{cases} x - y + z = 3 \\ x + y + z = 2 \\ 3x - y + 3z = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x - y - z = -4 \\ 3x + y + z = 8 \end{cases}$

R: a) Sin solución. S. Incompatible
b) (1, 5-z,z) Infinitas soluciones.
S. Compatible Indeterminado

38. Resuelve los sistemas:

$\begin{cases} x - y = 0 \\ 2x + 3y - z = 2 \\ x + 4y - z = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x - 3y + z = 4 \\ x + y + z = 1 \\ 4x - 6y + 2z = 8 \end{cases}$

R: a) (x, x, 5x-2) Infinitas soluciones.
S. Compatible Indeterminado
b) (3+4y,y,-5-2y) Infinitas soluciones.
S. Compatible Indeterminado

$$1 \quad \begin{cases} x+y+z=2 \\ 2x+3y+5z=11 \\ x-5y+6z=29 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 5 & 11 \\ 1 & -5 & 6 & 29 \end{array} \right) \xrightarrow[F_3 - F_1]{F_2 - 2F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 7 \\ 0 & -6 & 5 & 27 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 + 6F_2} \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{ccc} F_2 - 2F_1 & F_3 - F_1 & F_3 + 6F_2 \text{ - SUCIO -} \\ F_2) \quad 2 \ 3 \ 5 \ | \ 11 & F_3) \quad 1 \ -5 \ 6 \ | \ 29 & F_3) \quad 0 \ -6 \ 5 \ | \ 27 \\ -2F_1) \quad -2 \ -2 \ -2 \ | \ -4 & -F_1) \quad -1 \ -1 \ -1 \ | \ -2 & 6F_2) \quad 0 \ 6 \ 18 \ | \ 42 \\ \hline 0 \ 1 \ 3 \ | \ 7 & 0 \ -6 \ 5 \ | \ 27 & 0 \ 0 \ 23 \ | \ 69 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & 23 & 69 \end{array} \right) \quad \begin{cases} x+y+z=2 \\ y+3z=7 \\ 23z=69 \Rightarrow z=\frac{69}{23}=\boxed{3} \end{cases} \quad \begin{cases} x+(-2)+3=2 \Rightarrow x=2+2-3=\boxed{1} \\ y=7-3z=7-9=\boxed{-2} \end{cases}$$

$$2 \quad \begin{cases} x+2y+3z=9 \\ -3y-6z=-12 \\ 3x+y-2z=4 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} (E_1) \ x+2(4-2z)+3z=9 \Rightarrow x+8-4z+3z=9 \\ \rightarrow y+2z=4 \Rightarrow \boxed{y=4-2z} \quad \boxed{x=1+z} \\ 3(1+z)+(4-2z)-2z=4 \Rightarrow \\ 3+3z+4-2z-2z=4 \Rightarrow -z=-3 \\ \boxed{z=3} \end{array} \right.$$

3

$$\begin{cases} x+y-3z=-3 \\ 5x-5y+z=13 \\ -5x-y-4z=-34 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -3 & -3 \\ 5 & -5 & 1 & 13 \\ -5 & -1 & -4 & -34 \end{array} \right) \xrightarrow[F_2+F_3]{F_2-5F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -3 & -3 \\ 0 & -10 & 16 & 28 \\ 0 & -6 & -3 & -21 \end{array} \right) \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{ccc} F_2 \ 5/-5 \ 1 \ | \ 13 & \text{- SUCIO -} & F_3 \ 0 \ -5 \ 8 \ | \ 14 \\ -5F_1 \ 5 \ -5 \ 15 \ | \ 15 & F_2 \ 5 \ -5 \ 1 \ | \ 13 & -8F_2 \ 0 \ -16 \ -8 \ | \ -56 \\ \hline 0 \ -10 \ 16 \ | \ 28 & F_3 \ -5 \ -1 \ -4 \ | \ -34 & 0 \ -21 \ 0 \ | \ -42 \\ \hline 0 \ -6 \ -3 \ | \ -21 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} F_2/2 & \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -3 & -3 \\ 0 & -5 & 8 & 14 \\ 0 & -2 & 1 & 7 \end{array} \right) & \xrightarrow{F_2 \leftrightarrow F_3} & \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -3 & -3 \\ 0 & -2 & 1 & 7 \\ 0 & -5 & 8 & 14 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2 \cdot (-1)} & \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -3 & -3 \\ 0 & 2 & 1 & 7 \\ 0 & -2 & 1 & 7 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 - 8F_2} & \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -3 & -3 \\ 0 & 2 & 1 & 7 \\ 0 & -21 & 0 & -42 \end{array} \right) \end{array}$$

$$\begin{cases} x+y-3z=-3 \\ 2y+z=7 \\ -21y=-42 \Rightarrow y=\frac{-42}{-21}=\boxed{2} \end{cases} \quad \begin{cases} 2y+z=7 \Rightarrow 4+z=7 \Rightarrow \boxed{z=3} \\ x=-3-y+3z=-3-2+9=\boxed{4} \end{cases} \quad \text{Sol: } (4, 2, 3)$$

$$4 \quad \begin{cases} 2x+5y-2z=21 \\ 4x+5y-3z=20 \\ -4x+y+2z=7 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 5 & -2 & 21 \\ 4 & 5 & -3 & 20 \\ -4 & 1 & 2 & 7 \end{array} \right) \xrightarrow[F_3+F_3]{F_2-2F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 5 & -2 & 21 \\ 0 & -5 & 1 & -22 \\ 0 & 6 & -1 & 27 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2+F_3} \end{array} \right.$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 5 & -2 & 21 \\ 0 & -5 & 1 & -22 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \end{array} \right) \quad \begin{cases} 2x+5y-2z=21 \\ -5y+z=-22 \\ y=5 \end{cases} \quad \begin{cases} -25+z=-22 \Rightarrow z=3 \\ 2x+25-6=21 \Rightarrow \\ 2x=21-25+6 \Rightarrow 2x=2 \\ x=\frac{2}{2}=\boxed{1} \end{cases}$$

Sol (1, 5, 3)

5

$$\begin{cases} x+2y-3z=-16 \\ 3x+y-2z=-10 \\ 2x-3y+z=-4 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} (-3) \\ (-2) \end{matrix}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & -16 \\ 3 & 1 & -2 & -10 \\ 2 & -3 & 1 & -4 \end{array} \right) \xrightarrow{\begin{matrix} F_2-3F_1 \\ F_3-2F_1 \end{matrix}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & -16 \\ 0 & -5 & 7 & 38 \\ 0 & -7 & 7 & 28 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3-F_2}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & -16 \\ 0 & -5 & 7 & 38 \\ 0 & -2 & 0 & -10 \end{array} \right) \quad \begin{aligned} x+2y-3z &= -16 \\ -5y+7z &= 38 \\ -2y &= -10 \Rightarrow y=5 \end{aligned} \quad \begin{aligned} -25+7z &= 38 \\ 7z &= 63 \\ z &= \frac{63}{7} = 9 \end{aligned}$$

$$x = -16 - 2y + 3z = -16 - 2 \cdot 5 + 3 \cdot 9 = -26 + 27 = 1 \quad \text{Sol} (1, 5, 9)$$

6

$$\begin{cases} x+y+z=6 \\ x+z=4 \\ y+z=5 \end{cases} \quad \begin{aligned} (4-z) + (5-z) + z &= 6 \\ 9-z &= 6 \Rightarrow 9-6=z \Rightarrow z=3 \\ x &= 4-3=1 \\ y &= 5-3=2 \end{aligned} \quad \text{Sol} (1, 2, 3)$$

7

$$\begin{cases} x+y+z=2 \\ x+2y+4z=9 \\ x-2y-z=2 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} F_2-F_1 \\ F_3-F_1 \end{matrix}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 9 \\ 1 & -2 & -1 & 2 \end{array} \right) \xrightarrow{\begin{matrix} F_2-F_1 \\ F_3-F_1 \end{matrix}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 7 \\ 0 & -3 & -2 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3+3F_2}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & 7 & 21 \end{array} \right) \quad \begin{aligned} x+y+z &= 2 \longrightarrow x = 2 - y - z = 2 + 2 - 3 = \boxed{1} \\ y+3z &= 7 \longrightarrow y + 9 = 7 \longrightarrow y = \boxed{-2} \\ 7z &= 21 \Rightarrow z = \frac{21}{7} = \boxed{3} \end{aligned} \quad \text{Sol} (1, -2, 3)$$

8

$$\begin{cases} 2x+y-z=6 \\ 3x-y+z=-5 \\ 4x+2y-2z=-1 \end{cases} \xrightarrow{(-3)} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -1 & 6 \\ 3 & -1 & 1 & -5 \\ 4 & 2 & -2 & -1 \end{array} \right) \xrightarrow{\begin{matrix} F_2+F_1 \\ F_3-2F_1 \end{matrix}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 6 \\ -1 & 3 & 1 & -5 \\ 2 & 4 & -2 & -1 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 6 \\ 0 & 5 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -13 \end{array} \right) \quad \begin{aligned} y+2x-z &= 6 \\ 5x &= 1 \\ 0 &= -13 \rightarrow \text{Contradicción. Sistema sin solución} \end{aligned}$$

$$\begin{matrix} 1^\circ \rightarrow x \\ 2^\circ \rightarrow y \\ 3^\circ \rightarrow z \end{matrix} \quad \begin{matrix} x-y = \frac{2}{5} \\ 2x-c = y+z \\ 3y-2z = x-8 \end{matrix} \quad \left\{ \begin{matrix} 5x-5y = 2 \\ 2x-y-z = 6 \\ -x+3y-2z = -8 \end{matrix} \right. \quad \left\{ \begin{matrix} -x+3y-2z = -8 \\ 2x-y-z = 6 \\ 5x-5y-z = 0 \end{matrix} \right.$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & -2 & | & -8 \\ 2 & -1 & -1 & | & 6 \\ 5 & -5 & -1 & | & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow[\substack{F_2+2F_1 \\ F_3-5F_1}]{\text{②}} \begin{pmatrix} -1 & 3 & -2 & | & -8 \\ 0 & 5 & -5 & | & -10 \\ 0 & 10 & -11 & | & -40 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3-2F_2} \begin{pmatrix} -1 & 3 & -2 & | & -8 \\ 0 & 5 & -5 & | & -10 \\ 0 & 0 & -1 & | & -20 \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} -x+3y-2z = -8 \\ 5y-5z = -10 \\ -z = -20 \end{matrix} \quad \left\{ \begin{matrix} z = +20 \\ 5y-5z = -10 \Rightarrow 5y-100 = -10 \Rightarrow y = \frac{90}{5} = 18 \end{matrix} \right.$$

$$\begin{matrix} -x+3y-2z = -8 \\ x = 54-40+8 = 22 \end{matrix}$$

$$\text{⑩} \quad \begin{matrix} (1,4) \rightarrow 4 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c \\ (2,9) \rightarrow 9 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c \\ (-3,24) \rightarrow 24 = a \cdot (-3)^2 + b \cdot (-3) + c \end{matrix} \quad \left. \begin{matrix} y = ax^2 + bx + c \\ a+b+c = 4 \\ 4a+2b+c = 9 \\ 9a-3b+c = 24 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{pmatrix} c & b & a \\ 1 & 1 & 1 & | & 4 \\ 1 & 2 & 4 & | & 9 \\ 1 & -3 & 9 & | & 24 \end{pmatrix} \xrightarrow[\substack{F_2-F_1 \\ F_3-F_1}]{\text{④}} \begin{pmatrix} c & b & a \\ 1 & 1 & 1 & | & 4 \\ 0 & 1 & 3 & | & 5 \\ 0 & -4 & 8 & | & 20 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3+4F_2}$$

$$\begin{pmatrix} c & b & a \\ 1 & 1 & 1 & | & 4 \\ 0 & 1 & 3 & | & 5 \\ 0 & 0 & 20 & | & 40 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} 20a = 40 \Rightarrow a = \frac{40}{20} = 2 \\ b+3a = 5 \Rightarrow b = 5-3a = 5-6 = -1 \\ c+b+a = 4 \Rightarrow c = 4-a-b = 4-2+1 = 3 \end{matrix} \quad \boxed{y = 2x^2 - x + 3}$$

$$\text{⑪} \quad \begin{matrix} x = \text{persona} \\ y = \text{padre} \\ z = \text{abuelo} \end{matrix} \quad \begin{matrix} x+y = 55 \\ x+z = 85 \\ y+z = 110 \end{matrix} \quad \left\{ \begin{matrix} \rightarrow x+110-y = 85 \Rightarrow x = -25+y \\ z = 110-y \end{matrix} \right.$$

$$-25+y+y = 55 \Rightarrow 2y = 55+25 \Rightarrow 2y = 80 \Rightarrow \boxed{y = 40}$$

$$x = -25+40 = \boxed{15} \quad z = 110-40 = 70$$

⑫

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$\begin{aligned} (1, 7) &\rightarrow 7 = a + b + c \\ (2, 10) &\rightarrow 10 = a \cdot 4 + b \cdot 2 + c \\ (3, 13) &\rightarrow 13 = a \cdot 9 + b \cdot 3 + c \end{aligned} \left\{ \begin{array}{l} c + b + a = 7 \\ c + 2b + 4a = 10 \\ c + 3b + 9a = 13 \end{array} \right\} \left(\begin{array}{ccc|c} c & b & a & \\ \hline 1 & 1 & 1 & 7 \\ 1 & 2 & 4 & 10 \\ 1 & 3 & 9 & 13 \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{l} \xrightarrow{F_2 - F_1} \\ \xrightarrow{F_3 - F_1} \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} c & b & a & \\ \hline 1 & 1 & 1 & 7 \\ 0 & 1 & 3 & 3 \\ 0 & 2 & 7 & 5 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 - 2F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} c & b & a & \\ \hline 1 & 1 & 1 & 7 \\ 0 & 1 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array} \right) \begin{array}{l} c + b + a = 7 \\ b + 3a = 3 \\ a = -1 \end{array}$$

$$b = 3 - 3a = 3 - 3(-1) = 6$$

$$c = 7 - b - a = 7 - 6 - (-1) = 7 - 6 + 1 = 2$$

$$\boxed{y = -x^2 + 6x + 2}$$

⑬

$$a) 5x^3 - 3x^2 = 0 \Rightarrow x^2(5x - 3) = 0 \left\{ \begin{array}{l} x^2 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 0} \\ 5x - 3 = 0 \Rightarrow \boxed{x = \frac{3}{5}} \end{array} \right.$$

$$b) (2x - 7)(x + 3)^2 = 0 \left\{ \begin{array}{l} 2x - 7 = 0 \Rightarrow \boxed{x = \frac{7}{2}} \\ (x + 3)^2 = 0 \Rightarrow x + 3 = 0 \Rightarrow \boxed{x = -3} \end{array} \right.$$

$$c) (x + 5)(x^2 + 1) = 0 \left\{ \begin{array}{l} x + 5 = 0 \Rightarrow \boxed{x = -5} \\ x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -1 \end{array} \right.$$

$$d) x^3 + x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x(x^2 + x - 6) = 0 \left\{ \begin{array}{l} \boxed{x = 0} \\ x^2 + x - 6 = 0 \end{array} \right.$$

$$e) \begin{array}{l} x^3 - 9x = 0 \\ x(x^2 - 9) = 0 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \boxed{x = 0} \\ x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow \boxed{x = \pm 3} \end{array} \right. \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} \left\{ \begin{array}{l} \frac{4}{2} = \boxed{2} \\ \frac{-6}{2} = \boxed{-3} \end{array} \right.$$

$$f) x(x^2 - 4)(x^3 - 4x^2) = 0 \left\{ \begin{array}{l} \boxed{x = 0} \\ x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow \boxed{x = \pm 2} \\ x^3 - 4x^2 = 0 \Rightarrow x^2(x - 4) = 0 \left\{ \begin{array}{l} \boxed{x = 0} \\ \boxed{x = 4} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

(14)

$$\begin{array}{l} x = \text{n}^\circ \text{ de libros} \\ y = \text{precio de un libro} \end{array} \quad \begin{array}{l} x \cdot y = 60 \\ (x+3)(y-1) = 60 \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} y = \frac{60}{x} \\ xy + 3y - x - 3 = 60 \end{array} \right.$$

$$x \cdot \frac{60}{x} + 3 \cdot \frac{60}{x} - x - 3 = 60 \Rightarrow 60 + \frac{180}{x} - x - 3 = 60 \Rightarrow$$

$$180 - x^2 - 3x = 0 \Rightarrow -x^2 - 3x + 180 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 720}}{-2} = \frac{3 \pm 27}{-2} \left\{ \begin{array}{l} \frac{30}{-2} = -15 \text{ no sirve} \\ \frac{-24}{-2} = 12 \Rightarrow y = \frac{60}{12} = 5 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} \text{(15) Marta gasta } x \text{ €} \\ \text{Raúl gasta } y \text{ €} \\ \text{Pedro gasta } z \text{ €} \end{array} \quad \begin{array}{l} x + y + z = 1545 \\ x + 3(y - z) = z \\ 8(y - x) = x \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 1545 \\ x + 3y - 3z - z = 0 \\ 8y - 8x - x = 0 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} x + y + z = 1545 \\ x + 3y - 4z = 0 \\ -9x + 8y = 0 \end{array} \quad \xrightarrow{\text{(9)}} \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -4 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1545 \\ -9 & 8 & 0 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{F_2 - F_1 \\ F_3 + 9F_1}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -4 & 0 \\ 0 & -2 & 5 & 1545 \\ 0 & 35 & -36 & 0 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{35F_2 + 2F_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -4 & 0 \\ 0 & -2 & 5 & 1545 \\ 0 & 0 & 103 & 54075 \end{array} \right) \quad \begin{array}{l} x + 3y - 4z = 0 \\ -2y + 5z = 1545 \end{array}$$

$$-2y + 5z = 1545$$

$$5z - 1545 = 2y$$

$$5 \cdot 525 - 1545 = 2y \Rightarrow 1080 = 2y \Rightarrow y = \frac{1080}{2} = 540 \text{ €}$$

$$x + 3y - 4z = 0 \Rightarrow x = 4z - 3y = 4 \cdot 525 - 3 \cdot 540 = 480 \text{ €}$$

(16)

$$a) (x+2)^2 - (x-2)^2 = (x+3)^2 - 9$$

$$x^2 + 4x + 4 - (x^2 - 4x + 4) = x^2 + 6x + 9 - 9$$

$$x^2 + 4x + 4 - x^2 + 4x - 4 - x^2 - 6x = 0$$

$$-x^2 + 2x = 0 \quad x(-x+2) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array} \right.$$

16

$$b) \frac{3x+1}{3} - \frac{5x^2+3}{2} = \frac{x^2-1}{2} - \frac{x+2}{3}$$

$$6x+2 - 15x^2-9 = 3x^2-3 - 2x-4.$$

$$-15x^2-3x^2+6x+2x + \cancel{2} - \cancel{9} + \cancel{4} + 3 = 0$$

$$-18x^2+8x=0; \quad x(-18x+8)=0$$

$$\boxed{x=0}$$

$$-18x+8=0 \Rightarrow x = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$$

$$c) \frac{x-3}{x^2-4} + \frac{x}{x-2} = 3$$

$$\frac{x-3}{(x-2)(x+2)} + \frac{x}{x-2} = 3 \Rightarrow \frac{x-3}{(x-2)(x+2)} + \frac{x(x+2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{3(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+2)}$$

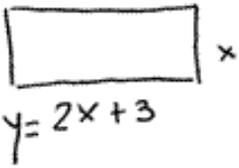
$$x-3 + x^2+2x = 3(x^2-4) \Rightarrow x-3+x^2+2x = 3x^2-12 \Rightarrow$$

$$x-3+x^2+2x-3x^2+12=0 \Rightarrow -2x^2+3x+9=0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+72}}{4} = \frac{-3 \pm 9}{-4} \left\{ \begin{array}{l} \frac{-12}{-4} = 3 \\ \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2} \end{array} \right.$$

$$d) x + \frac{4x}{x-4} = \frac{16}{x-4} \Rightarrow \frac{x(x-4)}{x-4} + \frac{4x}{x-4} = \frac{16}{x-4} \Rightarrow$$

$$x^2-4x+4x=16 \Rightarrow x^2=16 \Rightarrow \boxed{x = \pm 4}$$

17)  $x(x+3) = 14 \Rightarrow 2x^2 + 3x - 14 = 0$
 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+112}}{4} = \frac{-3 \pm 11}{4} \left\{ \begin{array}{l} \frac{-14}{4} \text{ no vale} \\ \frac{8}{4} = 2 \text{ cm.} \end{array} \right.$
 $y = 2 \cdot 2 + 3 = 7 \text{ cm}$ Sol (2, 7)

18) $x - y = 7$ $x = 7 + y$
 $x^2 + y^2 = 3809$ $(7+y)^2 + y^2 = 3809 \Rightarrow 49 + 14y + y^2 + y^2 = 3809 \Rightarrow$
 $2y^2 + 14y + 49 - 3809 = 0 \Rightarrow 2y^2 + 14y - 3760 = 0$
 $y^2 + 7y - 1880 = 0 \Rightarrow y = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 7520}}{2} = \frac{-7 \pm 87}{2} \left\{ \begin{array}{l} \frac{-94}{2} = -47 \\ \frac{180}{2} = 90 \end{array} \right.$
 Si $y = 40$, $x = 7 + 40 = 47$ Sol (47, 40)

19) $x^2 - y^2 = 12$ $x^2 - x - 12 = 0$ $x = \frac{1 \pm \sqrt{1+48}}{2} = \frac{1 \pm 7}{2} \left\{ \begin{array}{l} 4 \\ -6 \end{array} \right.$
 $y = \sqrt{x}$ $y^2 = x$
 Si $x = 4$ $y = \sqrt{4} = 2$ Sol (4, 2)

20) a) $\frac{x+1}{x-3} = 5 - \frac{x+9}{x+2} \Rightarrow \frac{(x+1)(x+2)}{(x-3)(x+2)} = \frac{5(x-3)(x+2) - (x+9)(x-3)}{(x-3)(x+2)}$
 $x^2 + x + 2x + 2 = 5(x^2 - 3x + 2x - 6) - (x^2 - 3x + 9x - 27) \Rightarrow$
 $x^2 + 3x + 2 - 5x^2 + 15x - 10x + 30 + x^2 - 3x + 9x - 27 = 0$
 $-3x^2 + 14x + 5 = 0$ $x = \frac{-14 \pm \sqrt{196 + 60}}{-6} = \frac{-14 \pm 16}{-6} \left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{-6} = -\frac{1}{3} \\ \frac{-30}{-6} = 5 \end{array} \right.$

b) $\frac{3x-2}{x^2-4} = \frac{5x+1}{x+2} - \frac{1}{x-2} \Rightarrow \frac{3x-2}{(x-2)(x+2)} = \frac{5x+1}{x+2} - \frac{1}{x-2} \Rightarrow$
 $\frac{3x-2}{(x-2)(x+2)} = \frac{(5x+1)(x-2)}{(x-2)(x+2)} - \frac{x+2}{(x-2)(x+2)} \Rightarrow 3x-2 = 5x^2 - 10x + \cancel{x-2} - \cancel{x-2}$
 $5x^2 - 13x - 2 = 0$ $x = \frac{13 \pm \sqrt{169 + 40}}{10} = \frac{13 \pm \sqrt{209}}{10}$

21) $x = \text{n}^\circ \text{ alumnos para Andalucía}$

$y = \text{n}^\circ \text{ alumnos para Galicia.}$

$z = \text{n}^\circ \text{ alumnos para País Vasco}$

$$x + y + z = 120.$$

$$60x + 72y + 90z = 8922$$

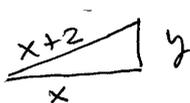
$$x + y = z + 50. \rightarrow x + y - z = 50.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 60 & 72 & 90 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 120 \\ 8922 \\ 50 \end{pmatrix} \xrightarrow[\substack{F_3 - F_1 \\ F_2 - 60F_1}]{F_2 - 60F_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 12 & 30 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 120 \\ 1722 \\ -70 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} -2z = -70 \\ z = \frac{70}{2} = 35 \end{matrix}$$

$$12y + 30z = 1722 \Rightarrow 12y = 1722 - 30 \cdot 35 = 672, \quad y = \frac{672}{12} = 56$$

$$x + y + z = 120 \Rightarrow x + 56 + 35 = 120 \Rightarrow x = 120 - 56 - 35 = 29$$

22)



$$x + x + 2 = y \Rightarrow 2x + y = 58$$

$$x^2 + y^2 = (x+2)^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = x^2 + 4x + 4$$

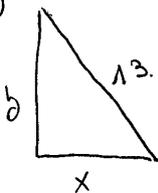
$$\left. \begin{matrix} 2x + y = 58 \\ x^2 + y^2 = x^2 + 4x + 4 \end{matrix} \right\} \begin{matrix} y = 58 - 2x \\ x^2 + (58 - 2x)^2 = x^2 + 4x + 4 \end{matrix}$$

$$(58 - 2x)^2 = 4x + 4 \Rightarrow 3364 - 232x + 4x^2 = 4x + 4 \Rightarrow 4x^2 - 236x + 3360 = 0$$

$$x = \frac{236 \pm \sqrt{236^2 - 4 \cdot 4 \cdot 3360}}{2 \cdot 4} = \frac{236 \pm 44}{8} \begin{cases} 35 \rightarrow y = 58 - 2 \cdot 35 \text{ no sirve} \\ 24 \rightarrow y = 58 - 2 \cdot 24 = 10 \text{ cm.} \end{cases}$$

sol ($x = 24, x+2 = 26, y = 10$).

23)



$$x^2 + y^2 = 13^2$$

$$x - y = 7$$

$$\left. \begin{matrix} x^2 + y^2 = 169 \\ x - y = 7 \end{matrix} \right\} \begin{matrix} x^2 + y^2 = 169 \\ x - 7 = y \end{matrix}$$

$$x^2 + (x-7)^2 = 169$$

$$x^2 + x^2 - 14x + 49 = 169$$

$$2x^2 - 14x - 120 = 0$$

$$x^2 - 7x - 60 = 0$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 240}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{289}}{2} = \frac{7 \pm 17}{2} \begin{cases} \frac{24}{2} = 12 \rightarrow y = 12 - 7 = 5 \\ \frac{-10}{2} = -5 \end{cases}$$

24)

$$xyz = 100x + 10y + z$$

$$yxz = 100y + 10x + z$$

$$x + y + z = 8$$

$$90x - 90y = -90$$

$$x + 2y - z = 0$$

$$x + y + z = 8$$

$$100x + 10y + z = 100y + 10x + z - 90$$

$$z - 2y = x$$

$$\rightarrow x = y - 1$$

27) $x = \text{n}^\circ \text{ cajas de } 250 \text{ gr} \rightarrow 40 : 4 = 10 \text{ €/caja}$
 $y = \text{n}^\circ \text{ cajas de } 500 \text{ gr} \rightarrow 40 : 2 = 20 \text{ €/caja}$
 $z = \text{n}^\circ \text{ cajas de } 1 \text{ Kg} \rightarrow 40.$

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 60 \\ x = y + 5 \\ 10x + 20y + 40z = 1250 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} y + 5 + y + z = 60 \\ 10(y + 5) + 20y + 40z = 1250 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 2y + z = 55 \\ 30y + 40z = 1200 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 2y + z = 55 \\ 3y + 4z = 120 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} -8y - 4z = -220 \\ 3y + 4z = 120 \\ \hline -5y = -100 \end{array} \quad y = \frac{100}{5} = \boxed{25}$$

$$2y + z = 55 \Rightarrow 2 \cdot 25 + z = 55 \Rightarrow z = 55 - 50 = \boxed{5}$$

$$x = y + 5 \rightarrow x = 25 + 5 = \boxed{30}$$

28) $x - y = 5$
 $x^2 - y^2 = 45$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 5 + y \\ (5 + y)^2 - y^2 = 45 \Rightarrow 25 + 10y + y^2 - y^2 = 45 \end{array} \right.$$

$$10y = 20 \Rightarrow \boxed{y = 2} \rightarrow x = 5 + 2 = \boxed{7}$$

29) patatas x
 manzanas y
 naranjas z

$$\left\{ \begin{array}{l} x + 1,2y + 1,5z = 11,6 \\ x + y + z = 9 \\ z = y + 1 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x + 1,2y + 1,5(y + 1) = 11,6 \\ x + y + y + 1 = 9 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} x + 1,2y + 1,5y = 11,6 - 1,5 \\ x + 2,7y = 10,1 \\ x + 2y = 8 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} x + 2,7y = 10,1 \\ -x - 2y = -8 \end{array} \right.$$

$$0,7y = 2,1 \Rightarrow y = \frac{2,1}{0,7} = \boxed{3 \text{ Kg}}$$

$$z = 3 + 1 = \boxed{4 \text{ Kg}}$$

$$x + y + z = 9 \rightarrow x + 3 + 4 = 9 \Rightarrow \boxed{x = 2 \text{ Kg}}$$

30) $x = \text{n}^\circ \text{ niños}$
 $y = \text{n}^\circ \text{ adultos}$
 $z = \text{n}^\circ \text{ jubilados}$

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 200 \\ y = x + z \rightarrow x - y + z = 0 \\ 2x + 5y + 2,5z = 735 \end{array} \right. \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 200 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & 2,5 & 735 \end{array} \right) \begin{array}{l} \xrightarrow{F_2 - F_1} \\ \xrightarrow{F_3 - 2F_1} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 200 \\ 0 & -2 & 0 & -200 \\ 0 & 3 & 0.5 & 335 \end{array} \right) \rightarrow \begin{array}{l} -2y = -200 \Rightarrow y = \boxed{100} \\ 3y + 0.5z = 335 \Rightarrow 300 + 0.5z = 335 \\ 0.5z = 35 \Rightarrow z = \frac{35}{0.5} = \frac{350}{5} = \boxed{70} \\ x + y + z = 200 \Rightarrow x = 200 - 100 - 70 = \boxed{30} \end{array}$$

31) a) $x + y = 24$ $\left\{ \begin{array}{l} y = 24 - x \\ x^2 = 9y^2 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x^2 = 9(24-x)^2 \Rightarrow x^2 = 9(576 - 48x + x^2) \end{array} \right.$

$$x^2 = 5184 - 432x + 9x^2 \Rightarrow 8x^2 - 432x + 5184 = 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{432 \pm \sqrt{432^2 - 4 \cdot 8 \cdot 5184}}{16} = \frac{432 \pm 144}{16} \left\{ \begin{array}{l} \frac{432 + 144}{16} = 36 \\ \frac{432 - 144}{16} = 18 \end{array} \right.$$

Si $x = \boxed{36}$ $y = 24 - 36 = \boxed{-12}$

Si $x = \boxed{18}$ $y = 24 - 18 = \boxed{6}$

b) $x^2 - 4x = y^2 - 4y$ $\left\{ \begin{array}{l} x^2 - 4x = (x-4)^2 - 4(x-4) \Rightarrow \\ x-2 = y+2 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x-4 = y \\ x^2 - 4x = x^2 - 8x + 16 - 4x + 16 \end{array} \right.$

$$8x = 32 \Rightarrow x = \frac{32}{8} = \boxed{4}$$

$\boxed{x=4}$ $y = 4 - 4 = \boxed{0}$

c) $2x^2 + y^2 = 17$ $\left\{ \begin{array}{l} 2x^2 + (2x-1)^2 = 17 \Rightarrow 2x^2 + 4x^2 - 4x + 1 = 17 \\ 2x - y = 1 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 2x-1 = y \\ 6x^2 - 4x - 16 = 0 \Rightarrow \\ 3x^2 - 2x - 8 = 0 \end{array} \right.$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 96}}{6} = \frac{2 \pm 10}{6} \left\{ \begin{array}{l} 2 \rightarrow y = 2 \cdot 2 - 1 = 3 \\ -\frac{8}{6} = -\frac{4}{3} \rightarrow y = 2 \left(-\frac{4}{3}\right) - 1 = -\frac{11}{3} \end{array} \right.$$

32) $x =$ edad de la madre $x + y + z = 60$ $\left\{ \begin{array}{l} E_1: 2(y+z) + y + z = 60 \\ y = 3z \\ y + z = 20 \end{array} \right.$

$y =$ edad hijo mayor $y = 3z$

$z =$ edad hijo menor $x = 2(y+z)$

$y + z = 20$ $\left\{ \begin{array}{l} 3z + z = 20 \Rightarrow 4z = 20 \Rightarrow \boxed{z=5} \\ y = 3z = \boxed{15} \end{array} \right.$

$y = 3z$ $\left\{ \begin{array}{l} x = 2(5+5) \\ \boxed{x=20} \end{array} \right.$

36

$$\begin{aligned}
 & \text{a) } \begin{cases} -x+3y-z=0 \\ 2y-3z=0 \\ 2x+z=0 \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} \textcircled{2} & -1 & 3 & -1 & | & 0 \\ & 0 & 2 & -3 & | & 0 \\ & 2 & 0 & 1 & | & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3+2F_1} \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 & | & 0 \\ & 0 & 2 & -3 & | & 0 \\ & 0 & 6 & -1 & | & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3-2F_2} \\
 & \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 & | & 0 \\ 0 & 2 & -3 & | & 0 \\ 0 & 0 & 8 & | & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} & -x+3y-z=0 \\ & 2y-3z=0 \\ & 8z=0 \rightarrow z=0/8=0 \end{aligned}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{b) } \begin{cases} 2x-y+3z=0 \\ y+3z=0 \\ -x+y=0 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} E_1: 2x-y+3z=0 \\ E_2: y+3z=0 \\ E_3: x=y \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} E_1: y+3z=0 \\ E_2: y+3z=0 \\ E_3: x=y \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

$E_1 = E_2$ (Una de la dos sobra)

$$\begin{cases} y+3z=0 \\ x=y \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} y=-3z \\ x=y=-3z \end{array} \right.$$

Sol: $(-3z, -3z, z)$
 Infinitas soluciones.

$$\begin{aligned}
 & \text{37) a) } \begin{cases} x-y+z=3 \\ x+y+z=2 \\ 3x-y+3z=1 \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} \textcircled{-3} & 1 & -1 & 1 & | & 3 \\ & 1 & 1 & 1 & | & 2 \\ & 3 & -1 & 3 & | & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2-F_1} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & | & 3 \\ & 0 & 2 & 0 & | & -1 \\ & 0 & 2 & 0 & | & -8 \end{pmatrix} \\
 & \xrightarrow{F_3-3F_1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} E_2: 2y = -1 \Rightarrow y = -\frac{1}{2} \\ E_3: 2y = -8 \Rightarrow y = -\frac{8}{2} = -4 \end{cases} \left\{ \text{Contradicción.} \Rightarrow \text{Sin solución} \right.$$

$$\begin{aligned}
 & \text{b) } \begin{cases} x+y+z=6 \\ x-y-z=-4 \\ 3x+y+z=8 \end{cases} \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & | & 6 \\ & 1 & -1 & -1 & | & -4 \\ & 3 & 1 & 1 & | & 8 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & | & 6 \\ & 2 & 0 & 0 & | & 3 \\ & 2 & 0 & 0 & | & 2 \end{pmatrix} \right. \\
 & \xrightarrow{F_2+F_3} \quad \xrightarrow{F_3-F_1}
 \end{aligned}$$

$$E_3 = E_2 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$$

$$E_1: x+y+z=6 \Rightarrow 1+y+z=6 \quad y = 5-z$$

Sol $(1, 5-z, z) \rightarrow$ Infinitas soluciones \Rightarrow Compatible Indeterminado.

(38)

$$a) \begin{cases} x - y = 0 \\ 2x + 3y - z = 2 \\ x + 4y - z = 2 \end{cases} \begin{cases} y = x \quad (E_1) \\ 2x + 3x - z = 2 \\ x + 4x - z = 2 \end{cases} \begin{cases} 5x - z = 2 \quad (E_2) \\ \underline{5x - z = 2} \quad (E_3) \end{cases}$$

$E_3 = E_2 \rightarrow$ Sobra una de ellas

$$y = x$$

$$\text{Sol}(x, x, 5x - 2)$$

$$5x - z = 2 \Rightarrow 5x - 2 = z$$

$$b) \begin{cases} 2x - 3y + z = 4 \\ x + y + z = 1 \\ 4x - 6y + 2z = 8 \end{cases} \begin{cases} (E_1) \\ \\ \rightarrow \underline{2x - 3y + z = 4} \quad (E_3) \end{cases}$$

$E_1 = E_3 \Rightarrow$ Una de las dos sobra

$$\begin{matrix} E_2: & x + y + z = 1 \\ E_1 = E_3: & 2x - 3y + z = 4 \end{matrix} \begin{cases} \textcircled{-2} \\ \end{cases} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 & 4 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2 - 2F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -5 & -1 & 2 \end{array} \right)$$

$$\begin{matrix} F_1: & x + y + z = 1 \\ F_2: & -5y - z = 2 \end{matrix} \begin{cases} x + y - 5y - z = 1 \\ -5y - z = 2 \end{cases} \begin{cases} x = 3 + 4y \end{cases}$$

$$\text{Sol}(3 + 4y, y, -5y - 2)$$