1 Espacio muestral: sucesos

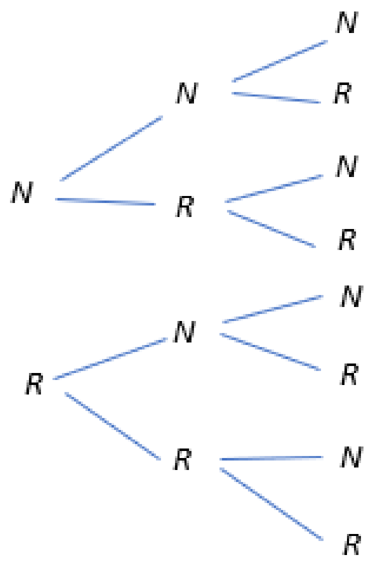
1. Entrega de mensajes. Cada mensaje de *whatsapp* se clasifica en dos tipos: normal *(N)*, si se recibe en menos de un minuto, y retrasado *(R)*, si tarda más tiempo en recibirse. Si se envían tres mensajes de *whatsapp:*

a) Describe el espacio muestral mediante un diagrama de árbol.

b) Dado el suceso *A* = «al menos uno de los tres mensajes es normal», escribe sus elementos y calcula el suceso contrario $\bar{A}$.

c) Escribe los elementos del suceso *B* = «exactamente dos mensajes llegan retrasados».

a) Designamos por *N* y *R* que los mensajes de *whatsapp* se reciben normal y retrasado, respectivamente. Entonces, el diagrama de árbol de este experimento es:



b) $\bar{A} = \{RRR\}$

c) $B = \{NNR, RNR, RRN\}$

2. Un partido de tenis entre Garbiñe Muguruza y Sara Sorribes ha finalizado con el resultado de tres sets a dos a favor de Garbiñe. ¿De cuántas formas distintas se puede haber conseguido este resultado?

Hay diez formas distintas de lograr este resultado.

3. Se dispone de una bolsa que contiene tres canicas blancas y una verde.

a) Si se extraen al azar y de una en una todas las canicas, ¿cuál el espacio muestral de este experimento?

b) Si se extraen solo tres canicas:

- Calcula los elementos de los sucesos *C* = «extraer canicas de dos colores» y *D* = «extraer canicas de un solo color».
- ¿Cómo se llama el suceso *V* = «extraer tres canicas de color verde»?

a) Designamos por B y V los sucesos extraer una canica blanca y una verde, respectivamente.

El espacio muestral es:

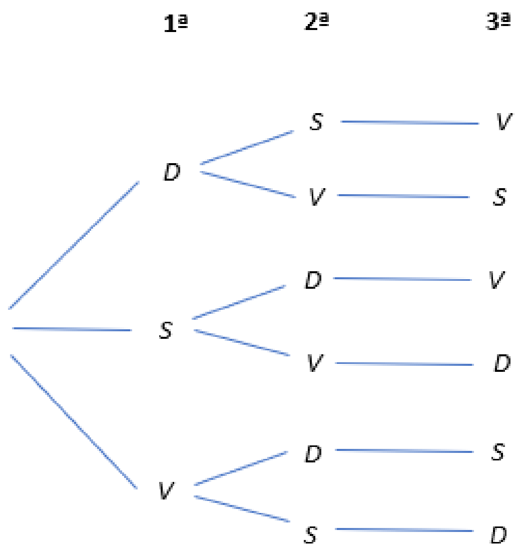
$E=\{BBBVV, BBVBV, BBVVB, BVBBV, BVBVB, BVVBB, VVBBB, VBVBB, VBBVB, VBBBV\}$

b) $C=\{BBV, BVB, VBB\}$ y $D=\{BBB\}$

El suceso «extraer tres canicas de color verde» es el conjunto vacío.

4. Una representación estudiantil está formada por tres miembros, entre quienes han de elegir un delegado, un subdelegado y un vocal. Describe mediante un diagrama de árbol el espacio muestral de este experimento.

Consideremos los sucesos: *D* = «delegado», *S* = «subdelegado» y *V*= «vocal». Entonces el diagrama de árbol de elección de los tres cargos es el siguiente:



Puede haber seis posibles resultados.

2 Operaciones con sucesos

5. Un joven efectúa tres tiros a una canasta de baloncesto. Sean A_1, A_2 y A_3 los sucesos «encesta al primer, segundo y tercer intento», respectivamente. Expresa, mediante operaciones con sucesos, los siguientes casos:

a) Solo encesta el primer tiro.

b) Encesta al menos uno de los tres.

c) No encesta ninguno de los tres.

d) Encesta el primero y el segundo, pero no el tercero.

e) Encesta exactamente dos de los tres tiros.

a) A_1

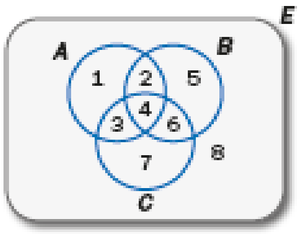
b) $A_1 \cup A_2 \cup A_3$

c) $\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3$

d) $A_1 \cap A_2 \cap \bar{A}_3$

e) $(A_1 \cap A_2 \cap \bar{A}_3) \cup (A_1 \cap \bar{A}_2 \cap A_3) \cup (\bar{A}_1 \cap A_2 \cap A_3)$

6. Dado el siguiente diagrama de Venn, expresa mediante operaciones con sucesos las siguientes regiones:



a) 1 b) 6

c) 3 y 4 d) 2 y 4

a) $A \cap \bar{B} \cap \bar{C}$

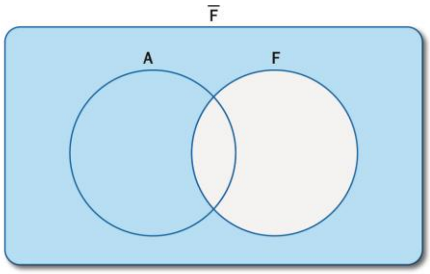
b) $\bar{A} \cap B \cap C$

c) $A \cap C$

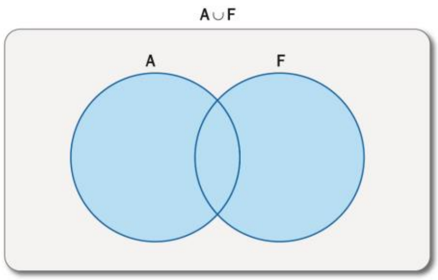
d) $A \cap B$

7. Si *A* es el suceso «hablar alemán» y *F* el suceso «hablar francés», describe y colorea en un diagrama de Venn los siguientes sucesos: $\bar{F}, A \cup F, A - F, A \cap \bar{F}, \overline{A \cup F}$ y $\bar{A} \cup \bar{F}$.

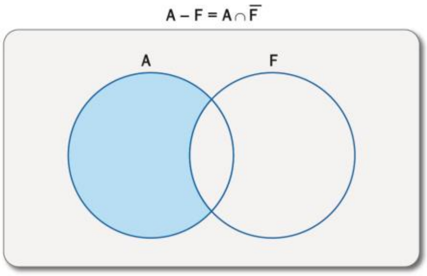
$\bar{F}$ = «no hablar francés».



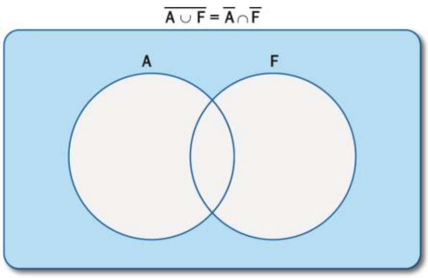
$A \cup F =$ «hablar al menos uno de los dos idiomas».



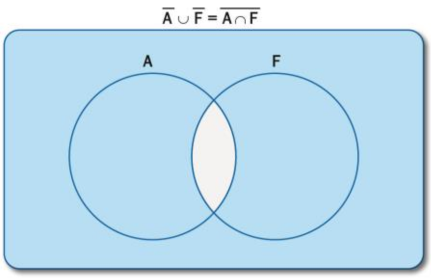
$A - F = A \cap \overline{F} =$ «hablar alemán, pero no francés».



$\overline{A \cup F} = \overline{A} \cap \overline{F} =$ «no hablar ninguno de los dos idiomas».



$\overline{A} \cup \overline{F} = \overline{A \cap F} =$ «cualquier situación menos que hable los dos idiomas».



3 Probabilidad

8. En un grupo de estudiantes, el 70% habla inglés, el 60% habla francés y el 40% habla ambos idiomas. Si se elige un estudiante al azar:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que hable por lo menos uno de los dos idiomas?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que hable solo un idioma?

a) La probabilidad de que hable por los menos uno de los dos idiomas es del 90%.

b) La probabilidad de que hable por los menos uno de los dos idiomas es del 50%.

9. Si $P(A)=0,7; P(B)=0,5$ y $P(A\cap B)=0,3$, determina las siguientes probabilidades:

a) $P(\bar{A})$ y $P(\bar{B})$

b) $P(A\cup B)$

c) $P(\bar{A}\cap B)$ y $P(A\cap \bar{B})$

d) $P(\bar{A}\cup B)$ y $P(A\cup \bar{B})$

a) $P(\bar{A})=0{,}3 \qquad P(\bar{B})=0{,}5$

b) $P(A\cup B)=0{,}9$

c) $P(\bar{A}\cap B)=0{,}2$

$P(A\cap \bar{B})=0{,}4$

d) $P(\bar{A}\cup B)=0{,}6$

$P(A\cup \bar{B})=0{,}8$

4 Probabilidad condicionada

10. Si *A* y *B* son dos sucesos cualesquiera, prueba que: $P(A|B)+P(\bar{A}|B)=1$

$$P(A|B)+P(\bar{A}|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}+\frac{P(\bar{A}\cap B)}{P(B)}=\frac{P(A\cap B)+P(\bar{A}\cap B)}{P(B)}=\frac{P(A\cap B)+(P(B)-P(A\cap B))}{P(B)}=\frac{P(B)}{P(B)}=1$$

11. Una tienda *outlet* vende vestidos y camisetas que proceden de dos proveedores *A* y *B.* Los datos de la tabla muestran las ventas durante una semana:

	A	*B*
Vestidos	17	43
Camisetas	25	65

Se elige una chica que ha comprado una prenda esa semana.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que haya comprado una camiseta?

b) Si se conoce que el artículo procede del proveedor *B*, ¿cuál es la probabilidad de que sea una camiseta?

c) Si se sabe que ha comprado un vestido, ¿cuál es la probabilidad de que este sea del proveedor *A*?

a) La probabilidad de que la chica haya comprado una camiseta es del 60%.

b) La probabilidad de que sea una camiseta es la siguiente probabilidad condicionada: 0,6019

c) Si se sabe que se ha comprado un vestido, entonces la probabilidad de que este sea del proveedor *A* es la probabilidad condicionada: 0,2833

12. Estudio de comportamiento. Una empresa de comercio electrónico tiene identificadas las tres causas principales de devolución de sus artículos:

A: Incumplimiento del plazo de entrega.

B: El artículo está defectuoso.

C: El artículo no se corresponde con el pedido realizado.

Por experiencia, se conocen las siguientes probabilidades:

$$P(A)=0{,}1 \qquad P(B)=0{,}3 \qquad P(C)=0{,}2$$

$$P(A\cap B)=0{,}02 \qquad P(A\cap C)=0{,}03 \qquad P(B\cap C)=0{,}07$$

a) Si se sabe que un artículo enviado presenta defectos, ¿cuál es la probabilidad de que no se corresponda con el pedido realizado?

b) Si un artículo supera el plazo de entrega en varios días, ¿qué probabilidad hay de que no sea el artículo pedido?

c) Si el artículo está defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que sea el artículo comprado?

a) Si se sabe que un artículo enviado presenta defectos, la probabilidad de que no se corresponda con el pedido realizado es 23,33 %

b) Si un artículo supera el plazo de entrega en varios días, entonces la probabilidad de que no sea el artículo pedido es 30 %

c) Si el artículo está defectuoso, entonces la probabilidad de que sea el artículo comprado es: 76,67 %

13. Si $P(A|B)=0,3$, $P(\bar{A})=0,6$ y $P(B)=0,25$. Calcula $P(\bar{A}|B)$ y $P(B|\bar{A})$.

$P(\bar{A}|B)=0,7$ $\qquad$ $P(B|\bar{A})=0,292$

5 Sucesos dependientes e independientes

14. Se lanzan dos dados, uno verde y otro azul. Sea *A* el suceso «el resultado del dado verde es 4», *B* el suceso «el resultado del dado azul es 2» y *C* el suceso «la suma de resultados es 6». Analiza si *A* y *B*, *A* y *C*, *B* y *C* y *A*, *B* y *C* son independientes.

- Luego *A* y *B* son independientes porque $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$
- Luego *A* y *C* son dependientes porque $P(A\cap C)\neq P(A)\cdot P(C)$
- Luego *A* y *B* son dependientes porque $P(B\cap C)\neq P(B)\cdot P(C)$
- Luego *A*, *B* y *C* son dependientes porque $P(A\cap B\cap C)\neq P(A)\cdot P(B)\cdot P(C)$

15. Una urna contiene cinco bolas blancas y tres azules. Se extraen dos bolas sin reemplazamiento, ¿cuál es la probabilidad de que ambas sean blancas?

- Y si se extraen con reemplazamiento, ¿cómo se modifica la probabilidad anterior?

a) Sin reemplazamiento.

$$P(B_1 \cap B_2)=\frac{5}{14}$$

b) Con reemplazamiento.

$$P(B_1 \cap B_2)=\frac{25}{64}$$

6 Técnicas de recuento

16. Entre la casa de Javier y María hay siete caminos posibles. Entre la casa de María y Paula hay ocho caminos. Y entre la casa de Paula y Gonzalo hay doce caminos. ¿Cuántos caminos diferentes puede recorrer Javier desde su casa hasta la de Gonzalo, si recoge primero a María y después a Paula?

672 caminos diferentes entre la casa de Javier y Gonzalo pasando por la casa de María y Paula.

17. Los diecisiete miembros de un departamento deben elegir entre ellos a un director, un subdirector y un secretario. ¿Cuántos resultados distintos se pueden dar?

4080 resultados posibles.

18. Seis amigos han quedado en un restaurante para cenar. Si llegan de forma aleatoria y no simultáneamente, calcula la probabilidad de que Alicia (*A*), Beatriz (*B*) y Carlos (*C*) lleguen:

a) En el orden *A*-*B*-*C* y siendo ellos los tres primeros.

b) En cualquier orden, pero siendo ellos los tres primeros.

c) En cualquier orden, pero no seguidos.

a) La probabilidad de que lleguen en el orden *A*-*B*-*C* y siendo ellos los tres primeros es: 0,83 %

b) La probabilidad de que lleguen en cualquier orden, pero siendo ellos los tres primeros, es: 5%

c) La probabilidad de que *A*, *B* y *C* lleguen en cualquier orden, pero no seguidos, es: 80 %

19. ¿De cuántas formas se pueden sentar cuatro amigas en una mesa circular de un restaurante?

Las cuatro amigas se pueden sentar de 6 formas diferentes en una mesa circular.

20. Un examen consta de diez preguntas del tipo verdadero o falso. Si un estudiante responde al azar, sin mirar ni siquiera los enunciados, y marca seis verdaderas y el resto falsas, ¿de cuántas formas puede haber hecho esta elección?

Hay 210 posibilidades de responder a las preguntas del examen con esas condiciones.

21. De una baraja de póquer que contiene 52 cartas se extraen cinco de ellas. ¿Cuál es la probabilidad de obtener tres ases y dos reyes? ¿Y póquer de ases?

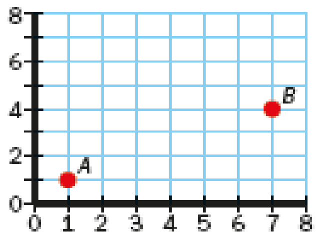
La probabilidad de obtener tres ases y dos reyes al sacar cinco cartas de la baraja de póquer de 52 cartas es:

$$P(\text{tres ases y dos reyes}) = 0{,}0000092$$

La probabilidad de obtener un póquer de ases es:

$$P(\text{póquer de ases}) = 0{,}000018$$

22. Se considera la cuadrícula de la figura. Si solo se permiten desplazamientos hacia la derecha o hacia arriba, determina el número de posibles trayectorias desde el punto *A* hasta el punto *B*.



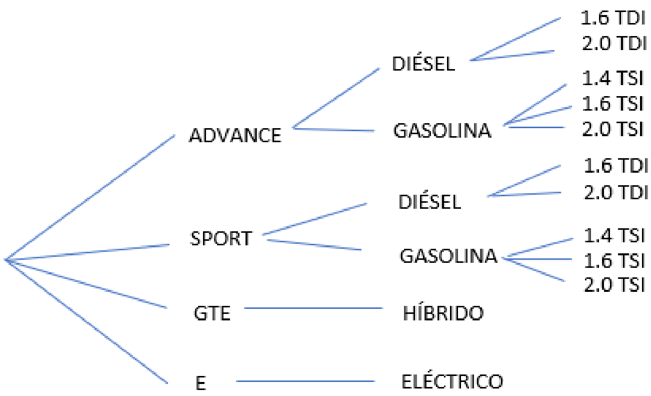
Hay 84 posibles trayectorias con esas condiciones desde el punto *A* al punto *B*.

Actividades finales

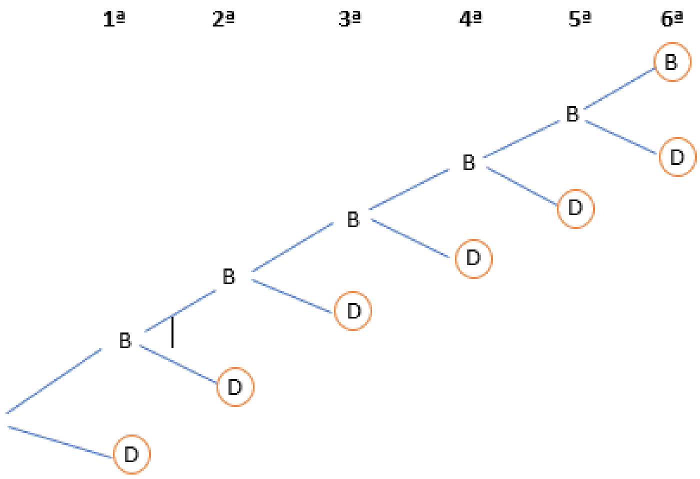
Espacio muestral. Sucesos

23. Una amiga acude a comprar un vehículo a un concesionario y le ofrecen cuatro modelos: *Advance, Sport*, GTE y E. Los dos primeros son diésel y gasolina, el tercero es híbrido y el cuarto, eléctrico. Los modelos diésel tienen dos motores: 1.6 TDI y 2.0 TDI, mientras que los de gasolina ofrecen tres motores: 1.4 TSI, 1.6 TSI y 2.0 TSI. Describe mediante un diagrama de árbol el espacio de posibilidades de elección de que dispone nuestra amiga.

Un diagrama de árbol de este experimento es el siguiente:



24. Una empresa se dedica a fabricar baterías de teléfonos móviles que deben cumplir una serie de requisitos para salir a la venta. Designemos por *B* si la batería cumple todos los parámetros y por *D* si presenta algún defecto. El experimento consiste en revisar cada batería en cuanto sale de la cadena de ensamblaje hasta que aparezca la primera batería defectuosa, deteniendo el proceso a la sexta comprobación. Construye el diagrama de árbol de este experimento y halla su espacio muestral.



El espacio muestral es:

$$E=\{D, BD, BBD, BBBD, BBBBD, BBBBBD, BBBBBB\}$$

25. Tres vehículos seguidos entran en una rotonda como la de la figura inferior. Pueden girar a la derecha (*D*), seguir de frente (*F*) o girar a la izquierda (*I*). Describe los siguientes sucesos:

A= «los tres vehículos siguen la misma dirección»

B= «al menos uno gira a la derecha»

C= «los tres vehículos siguen direcciones distintas»

Sean V_1, V_2 y V_3 los tres vehículos que aparecen en la figura. Entonces:

$$A=(V_1D\cap V_2D\cap V_3D)\cup(V_1F\cap V_2F\cap V_3F)\cup(V_1I\cap V_2I\cap V_3I)$$

$$B=(V_1D\cup V_2D\cup V_3D)$$

$$C=(V_1D\cap V_2F\cap V_3I)\cup(V_1F\cap V_2D\cap V_3I)\cup(V_1I\cap V_2D\cap V_3F)\cup(V_1D\cap V_2I\cap V_3F)\cup$$

$$\cup(V_1F\cap V_2I\cap V_3D)\cup(V_1I\cap V_2F\cap V_3D)$$

Operaciones con sucesos

26. Una persona está planificando su viaje de vacaciones a tres ciudades centroeuropeas: Budapest (*B*), Praga (*P*) y Viena (*V*). Expresa con palabras los siguientes sucesos:

a) $B\cup P$

b) $B\cup P\cup V$

c) $B\cap(P\cup V)$

d) $B\cup(P\cap V)$

e) $\bar{B}\cap\bar{V}$

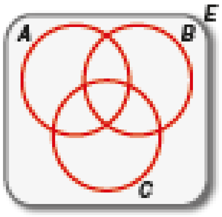
f) $\bar{B}\cap P$

g) $\bar{B}\cap\bar{P}\cap\bar{V}$

h) $B\cup V$

a) Viaja a Budapest o a Praga.
b) Viaja a al menos una de las tres ciudades.
c) Viaja a Budapest y a Praga o Viena.
d) Viaja a Budapest o a Praga y Viena.
e) No viaja ni a Budapest ni a Praga.
f) No viaja a Budapest, pero sí a Praga.
g) No viaja a ninguna de las tres ciudades.
h) Viaja a Budapest o a Viena.

27. En el diagrama de Venn de la figura se muestran tres sucesos, *A*, *B* y *C*. Copia en tu cuaderno y marca la región de cada uno de los sucesos siguientes:



a) $\overline{A}$

b) $A\cap B$

c) $A\cup C$

d) $(A\cap B)\cup C$

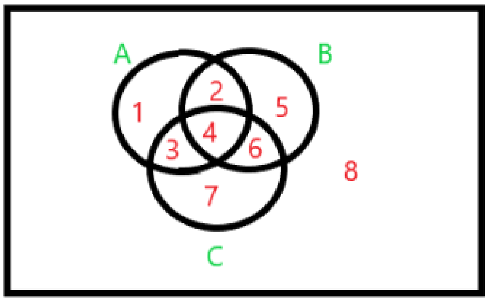
e) $(A\cup B)\cap C$

f) $\overline{A\cup B}$

g) $\overline{A}\cup\overline{B}$

h) $(A\cap\overline{B})\cup C$

En el siguiente diagrama numeramos las ocho regiones en que queda dividido el suceso E:



a) Las regiones 5, 6, 7 y 8.
b) Las regiones 2 y 4.
c) Las regiones 1, 2, 3, 4, 6 y 7.
d) Las regiones 3, 4 y 6.
e) Las regiones 2, 3, 4, 6 y 7.
f) Las regiones 7 y 8.
g) Las regiones 1, 3, 5, 6, 7 y 8.
h) Las regiones 1, 3, 4, 6 y 7.

28. Una báscula digital redondea los pesos a gramos. Se consideran los sucesos siguientes:

A= «el peso es inferior o igual a 12 g»

B= «el peso es superior a 10 g»

C= «el peso es mayor o igual a 7 g y menor que 11g»

Describe entonces los siguientes sucesos:

a) $A\cup B$

b) $A\cap C$

c) $\overline{A}$

d) $A\cap B\cap C$

e) $\overline{A}\cap B$

f) $A\cup(B\cap C)$

Sea *x* = «el peso redondeado a gramos». Entonces,

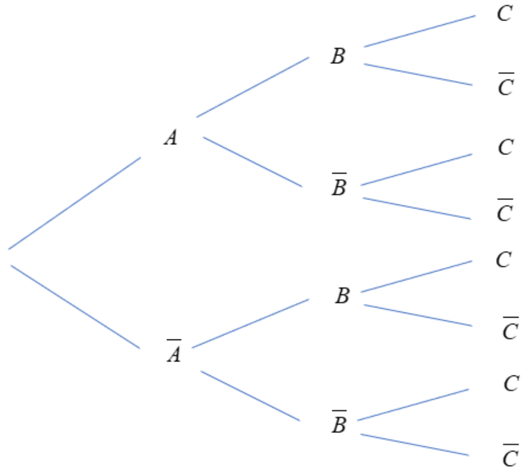
a) El peso está comprendido entre 11 y 12 g, ambos incluidos.
b) El peso es mayor o igual a 7 g y menor que 11 g.
c) El peso es superior a 12 g.
d) $A\cap B\cap C=\varnothing$
e) El peso es superior a 12 g.
f) El peso es inferior o igual a 12 g.

29. Un enfermero realiza el control de la fiebre a tres pacientes. Se designa por *A*, *B* y *C* el caso en que cada uno de los tres pacientes, respectivamente, tenga fiebre.

a) Calcula mediante un diagrama de árbol el espacio muestral de este experimento.

b) Describe en los términos del enunciado los siguientes sucesos: $A\cap B, B\cup C, A\cap\overline{B}\cap\overline{C}$ y $A\cup B\cup C$.

a) Un diagrama de árbol de este experimento es:



El espacio muestral es:

$$E=\{ABC, AB\overline{C}, A\overline{B}C, A\overline{B}\overline{C}, \overline{A}BC, \overline{A}B\overline{C}, \overline{A}\overline{B}C, \overline{A}\overline{B}\overline{C}\}$$

b) $A\cap B=$ «Los pacientes *A* y *B* tienen fiebre»

$B\cup C=$ «Al menos uno de los dos pacientes *B* y *C* tiene fiebre»

$A\cap\overline{B}\cap\overline{C}=$ «El paciente *A* tiene fiebre, pero los pacientes *B* y *C* no la tienen»

$A\cup B\cup C=$ «Al menos uno de los tres pacientes tiene fiebre».

Probabilidad

30. Si *A*, *B* y *C* son tres sucesos con $P(A)=0,5$, $P(B)=0,4$, $P(C)=0,2$, $P(A\cap B)=0,02$, $P(A\cap C)=0,10$, $P(B\cap C)=0,07$ y $P(A\cap B\cap C)=0,01$, halla las siguientes probabilidades:

a) $P(A\cup B)$

b) $P(A\cup C)$

c) $P(A\cup B\cup C)$

d) $P(B\cap\overline{C})$

a) $P(A\cup B)=0,88$

b) $P(A\cup C)=0,60$

c) $P(A\cup B\cup C)=0,92$

d) $P(B\cap\overline{C})=0,33$

31. En una bolsa hay tres bolas rojas y una azul. Se extraen dos bolas sin mirar. ¿Cuál es la probabilidad de que sean de distinto color?

La probabilidad de que las dos bolas extraídas sean de distinto color es del 50%.

32. Se tira un dado cuatro veces, ¿cuál es la probabilidad de que salgan cuatro números distintos?

La probabilidad de obtener cuatro resultados distintos es un 28%.

33. Los valores *a* y *b* de la recta $y=(a-b)x+b$ se han obtenido al lanzar un dado dos veces, tomando como valor de *a* el resultado del primer dado, y como valor de *b* el del segundo. Calcula la probabilidad de que la recta:

a) Corte al semieje positivo de abscisas.
b) Corte al eje de abscisas en $x=1$.
c) Tenga pendiente positiva.
d) Sea horizontal.

a) La probabilidad de que la recta corte al semieje positivo de abscisas es $\frac{5}{12}$.
b) La probabilidad de que esto ocurra es nula.
c) La probabilidad de que la recta tenga pendiente positiva es $\frac{5}{12}$.
d) La probabilidad de que la recta sea horizontal es $\frac{1}{6}$.

Probabilidad condicionada. Sucesos dependientes e independientes

34. Si *A* y *B* son dos sucesos que verifican que $P(A)=0{,}5$ y $P(B)=0{,}7$.

a) ¿Son *A* y *B* sucesos compatibles?
b) Si *A* y *B* son independientes, ¿cuánto vale $P(A\cup B)$?

a) Si *A* y *B* son sucesos compatibles.
b) $P(A\cup B)=0{,}85$

35. Se consideran los sucesos *A* y *B*, tales que $P(A)=0{,}32$, $P(B)=0{,}78$ y $P(A\cup B)=0{,}85$. Analiza si *A* y *B* son compatibles e independientes.

A y *B* son compatibles y dependientes.

36. Sara y Miguel tienen próximamente un examen de Matemáticas. Sabiendo que Sara tiene una probabilidad de aprobar de 0,6 y Miguel de 0,4, ¿cuál es la probabilidad de que al menos uno de los dos apruebe el examen si se supone que hay independencia?

La probabilidad de que al menos uno de los dos apruebe el examen es 76 %

37. Demuestra que si los sucesos *A* y *B* son independientes, también lo son:

a) $\bar{A}$ y B

b) A y $\bar{B}$

c) $\bar{A}$ y $\bar{B}$

a) $\bar{A}$ y B son independientes.

b) A y $\bar{B}$ son independientes.

c) $\bar{A}$ y $\bar{B}$ son independientes.

38. Un lote de catorce televisores contiene dos defectuosos. Si se seleccionan al azar cuatro televisores de este lote, calcula la probabilidad de que estén bien:

a) Todos los televisores.

b) Dos televisores.

c) Al menos uno.

a) La probabilidad de que los cuatro televisores estén en perfecto estado es: 53,98 %

b) La probabilidad de que dos televisores estén en buen estado es: 9 %

c) La probabilidad de que al menos un televisor esté en perfecto estado es: 99,96 %

Técnicas de recuento

39. En una mesa hay tres vasos idénticos que contienen refrescos de naranja, limón y cola. Una persona los prueba de uno en uno.

a) ¿Cuántas posibles selecciones se pueden dar?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el vaso que contiene refresco de naranja haya sido el elegido en primer lugar?

a) Como los vasos son idénticos, se pueden dar 6 elecciones posibles.

b) La probabilidad de que el vaso que contiene refresco de naranja haya sido elegido en primer lugar es: 1/3

40. Una familia desea hacerse una fotografía de tal forma que los niños se sienten en fila en el suelo y los adultos detrás, sentados en fila. ¿De cuántas formas diferentes se pueden situar los cinco adultos y los ocho niños de esta familia?

El número total de fotos diferentes que se pueden realizar es 4 838 400

41. Siete chicas han alquilado un piso para pasar el fin de semana en el que hay tres habitaciones, una con tres camas y el resto con dos camas cada una. ¿De cuántas formas pueden distribuirse las chicas?

Hay 210 formas distintas de distribuirse las siete chicas en las tres habitaciones.

42. Un enfermero trabaja doce días al mes, a razón de diez horas al día. Si puede elegir los días del mes para trabajar, ¿cuántas elecciones posibles tiene?

El enfermero tiene 86 493 225 elecciones posibles.

43. Lucía y Nicolás son dos hermanos que discuten sobre quién tiene más opciones de contraseñas diferentes en su correo electrónico. Lucía tiene una contraseña del tipo ABCD12, es decir, cuatro mayúsculas distintas seguidas de dos dígitos también distintos; por su parte, Nicolás tiene una contraseña del tipo AAB223, es decir, tres letras mayúsculas (repetidas o no), seguidas de tres dígitos (repetidos o no). Si Lucía le dice a su hermano que tiene casi el doble de opciones de contraseñas diferentes que él, ¿es correcta su afirmación?

Es correcta la afirmación de Lucía.

44. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden plantar ocho árboles distintos alrededor de una rotonda?

5040 formas diferentes de plantar ocho árboles alrededor de una rotonda.

45. Una entrenadora de baloncesto dispone de doce jugadores, de los cuales cinco juegan de pívot, cuatro son aleros y tres son bases. ¿Cuántos quintetos iniciales distintos puede alinear?

En total tiene 180 equipos diferentes.

46. De una baraja se extraen cinco cartas consecutivas. Cuál es la probabilidad de obtener:

a) Los cuatro ases.

b) Cuatro ases y una sota.

c) Tres cartas de un palo y dos de otro.

a) La probabilidad de obtener cuatro ases es: $P(\text{obtener cuatro ases}) = 0,000055$

b) $P(\text{obtener cuatro ases y una sota}) = 0,0000061$

c) $P(\text{tres cartas de un palo y dos de otro}) = 0,098$

Aplicaciones

47. Ventas. Una tienda de venta de sudaderas tiene tres tallas, S, M y L, y tres diseños, capucha (C), cremallera (R) y cuello redondo (T). En la siguiente tabla figuran el número de sudaderas vendidas en el último mes de cada talla y diseño:

		Diseño			
		C	**R**	**T**	**Total**
Talla	**S**	8	4	10	22
	M	16	14	24	54
	L	6	14	16	36
	Total	30	32	50	112

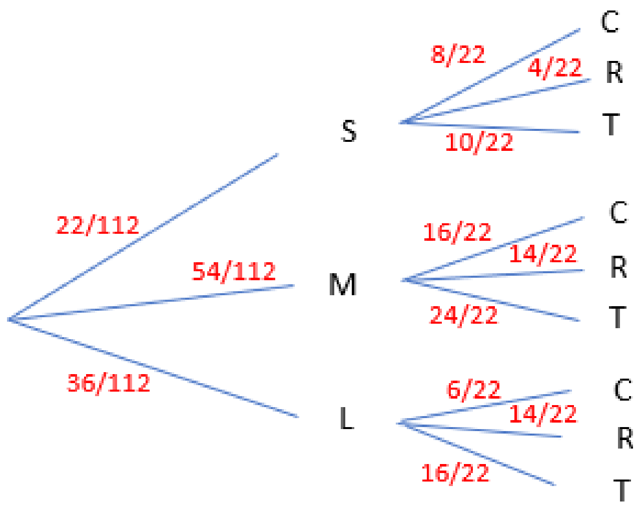
Si una persona elige primero la talla y después el diseño:

a) Describe mediante un diagrama de árbol este experimento y anota en las ramas las probabilidades respectivas. La talla y el diseño, ¿son variables dependientes o independientes?

b) Calcula la probabilidad de que la persona haya elegido una sudadera de la talla M con capucha.

c) Calcula la probabilidad de que haya elegido una sudadera de talla L con cremallera.

a) El diagrama de árbol de este experimento con las probabilidades respectivas en las ramas es el siguiente:



La talla de la sudadera y el diseño de esta son dependientes porque el tipo de talla condiciona el tipo de diseño.

b) La probabilidad de que la persona haya elegido una sudadera de la talla M con capucha es: 17,53 %

c) La probabilidad de que haya elegido una sudadera de la talla L con cremallera es: 8,77 %

48. Proceso de fabricación. En un proceso de fabricación de baterías para móviles se ha comprobado que el 5% de las baterías presenta defectos superficiales, y un 20% de ellas son realmente defectuosas. Sin embargo, solo el 4% de las baterías sin defectos superficiales son realmente defectuosas.

Se consideran los sucesos:

D = «una batería es realmente defectuosa»

S = «una batería presenta defectos superficiales»

Calcula e interpreta las siguientes probabilidades:

a) $P(D|S)$

b) $P(D|\bar{S})$

c) $P(\bar{D}|S)$

d) $P(\bar{D}|\bar{S})$

e) $P(S\cap D)$

f) $P(\overline{S\cup D})$

a) $P(D|S)=0,20$

b) $P(D|\bar{S})=0,04$

c) $P(\bar{D}|S)=0,80$

d) $P(\bar{D}|\bar{S})=0,96$

e) $P(S\cap D)=0,01$

f) $P(\overline{S\cup D})=0,912$

49. Estudio biológico. La probabilidad de que un cultivo de orina esté contaminado en un determinado laboratorio es del 3 %. Se observan tres muestras independientes del laboratorio.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que ninguna esté contaminada?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente una esté contaminada?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos una esté contaminada?

a) La probabilidad de que ninguna muestra esté contaminada es: 91,27 %

b) La probabilidad de que exactamente una muestra esté contaminada es: 8,47 %

c) La probabilidad de que al menos una muestra esté contaminada es 8,73 %

50. Consultas en Internet. Según un estudio el 45% de la población española consulta las noticias diariamente a través de Internet. En una encuesta realizada a seis personas elegidas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que ninguna se informe por Internet?

La probabilidad de que ninguna persona se informe a través de internet es: 0,0277

51. Cambio horario. En una encuesta realizada a 110 personas en Alicante y a otras 110 en Pontevedra sobre el cambio de hora y el mantenimiento de los horarios actuales de verano o invierno, se obtuvieron los siguientes resultados:

	Prefieren horario de verano	Prefieren horario de Invierno
Alicante	74	36
Pontevedra	21	89

Se selecciona una persona al azar de estas poblaciones.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea de Alicante?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que prefiera el horario de verano?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que sea de Alicante y prefiera el horario de invierno?

d) ¿Cuál es la probabilidad de que sea de Pontevedra y prefiera el horario de invierno?

e) Sabiendo que prefiere el horario de verano, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la ciudad gallega?

Consideremos los siguientes sucesos:

A = «la persona es de Alicante»

P = «la persona es de Pontevedra»

V = «la persona prefiere en horario de verano»

I = «la persona prefiere el horario de invierno»

a) La probabilidad de que la persona elegida sea de Alicante es: 50 %

b) La probabilidad de que prefiera el horario de verano es: 43,18 %

c) La probabilidad de que la persona elegida sea de Alicante y prefiera el horario de invierno es: 16,36 %

d) La probabilidad de que sea de Pontevedra y prefiera el horario de invierno es: 40,45 %

e) Sabiendo que prefiere el horario de verano, entonces la probabilidad de que sea de la ciudad gallega es: 22,11 %

52. Fiabilidad de un sistema. Un sistema electrónico consta de tres componentes que funcionan independientemente, con una probabilidad de fallo de 0,05 para cada una.

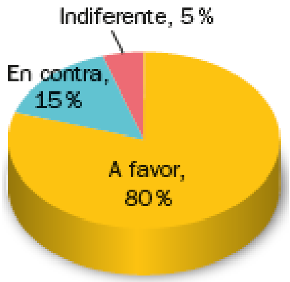
a) Calcula la probabilidad de que el sistema funcione correctamente.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos una de las componentes falle?

a) La probabilidad de que el sistema funcione correctamente es del 85,74 %.

b) La probabilidad de que al menos una componente falle es del 14,26 %.

53. Horario laboral. Una encuesta a la plantilla de una empresa sobre la conveniencia de adoptar el horario flexible arrojó los resultados que muestra el diagrama de sectores. Si se eligen al azar a tres personas que participaron en la encuesta:



a) ¿Cuál es la probabilidad de que las tres votasen a favor?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos dos hayan votado en contra?

a) La probabilidad de que las tres personas hayan votado a favor del horario flexible es: 51,2 %

b) La probabilidad de que al menos dos personas hayan votado en contra es: 6,08 %.

54. Envasado de productos. Una empresa hortofrutícola tiene dos máquinas calibradoras electrónicas, *A* y *B*, para clasificar las naranjas según unas medidas establecidas y, posteriormente, envasarlas. Según datos de la empresa, la calibradora *A* rechaza el 20% de las naranjas calibradas, mientras que la calibradora *B* rechaza el 15%.

a) Si una naranja sigue la cadena de envasado y es calibrada aleatoriamente por una de las máquinas, ¿cuál es la probabilidad de que sea envasada por tener el calibre adecuado?

b) Si tres naranjas son calibradas por la máquina *B*, ¿cuál es la probabilidad de que ninguna sea envasada por no tener el calibre deseado? ¿Y la probabilidad de que al menos una sea envasada?

a) La probabilidad de que una naranja sea envasada por tener el calibre adecuado es del 82,5 %.

b) La probabilidad de que al menos una naranja de las tres sea envasada es: 99,66 %

55. Avería aerogeneradores. Los aerogeneradores pueden sufrir tres tipos de averías pequeñas: fallos en los instrumentos de medida (*A*), fallos eléctricos (*B*) y fallos mecánicos (*C*). Se conocen las siguientes probabilidades:

$$P(A)=0,02 \qquad P(B)=0,05 \qquad P(C)=0,04$$

$$P(A\cup B)=0,06 \qquad P(A\cup C)=0,05 \qquad P(B\cup C)=0,08$$

$$P(A\cap B\cap C)=0,002$$

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el aerogenerador presente fallos en los instrumentos de medida y eléctricos?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que presente a los sumo dos averías?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que no se produzca ningún tipo de avería?

a) La probabilidad de que el aerogenerador presente fallos en los instrumentos de medida y eléctricos es del 1%.

b) La probabilidad de que el aerogenerador presente a los sumo dos averías es del 99,8%.

c) La probabilidad de que no se produzca ningún tipo de avería es del 91,8%.

56. Riesgos financieros. En una empresa de riesgos financieros, siempre que se produce un impago de poca cuantía se recurre a llamar por teléfono a sus clientes en un 52 % de los casos, enviar un SMS en un 36 % y ambas cosas en un 12 %. Si se acaba de producir un impago:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que se reciba notificación por algún medio de los indicados?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que se reciba un SMS pero no una llamada telefónica?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que no se reciba ni SMS ni una llamada telefónica?

d) Si se producen tres impagos independientes del mismo cliente, ¿qué probabilidad hay de que contacten con él por cualquier medio en las tres ocasiones?

a) La probabilidad de que se reciba notificación por alguno de los dos métodos es: 76 %

b) La probabilidad de que se reciba un SMS pero no una llamada telefónica es: 24 %

c) La probabilidad de que no se reciba ni SMS ni una llamada telefónica es: 24 %

d) La probabilidad de que contacten con el cliente por cualquier medio en las tres ocasiones es del 43,90 %.

57. Compras por Internet. Una persona ha realizado tres compras por Internet en tres empresas distintas, *A, B* y *C*, e independientes entre sí. La probabilidad de sufrir un fraude en cada una de ellas es $P(A)=0,02$, $P(B)=0,01$ y $P(C)=0,15$. ¿Qué probabilidad hay de que sufra al menos un fraude? ¿Y de que no sufra ninguno?

La probabilidad de no sufrir ningún fraude es: 82,47 %.

58. Partido de tenis. Nadal y Federer juegan en tierra batida un partido a tres sets, es decir, que vence el que gane dos sets. Si la probabilidad que tiene Nadal de ganar cada set es de un 60%, ¿qué probabilidad tiene Nadal de ganar el partido?

Nadal tiene una probabilidad de ganar el partido del 64,80 %.

59. Erasmus. Seis estudiantes de diversos países de Europa comparten piso en un curso del proyecto «Erasmus». Todos ellos hablan solamente dos idiomas: Ángela habla alemán e inglés; Ulrike, alemán y español; Karin, francés y español; Dieter, alemán y francés; Pierre, francés e inglés, y Rocío, inglés y español. Si elegimos dos de ellos al azar, ¿cuál es la probabilidad de que puedan hablar una lengua que entiendan bien ambos?

La probabilidad de que una pareja de estudiantes pueda hablar una lengua que se entiendan es: 80 %.

60. Foto familiar. De un grupo de *n* matrimonios con un hijo, se desea seleccionar a un hombre, una mujer y un hijo que no guarden ninguna relación entre sí. ¿De cuántas formas se puede realizar tal selección?

Existen $n^3 - 3n^2 + 2n$ formas posibles de realizar la selección.

Un mundo matemático

1. Consulta en la web del INE (Habitantes/Tablas más consultadas/Población residente por fecha, sexo y edad), y descárgate en Excel la información complementaria que necesites sobre la población española a fecha 1 de enero de 2021.

a) Selecciona al azar una persona residente en España. ¿Existe la misma probabilidad de que esta sea mujer u hombre?

b) Construye una tabla y un gráfico adecuados para representar el porcentaje de residentes en España por las franjas de edades objeto de la campaña publicitaria.

c) Halla la probabilidad de que una persona seleccionada al azar tenga entre 16 y 24 años y no utilice las redes sociales.

d) Si una persona es usuaria de una red social, ¿cuál es la probabilidad de que sea público objetivo de esta campaña publicitaria?

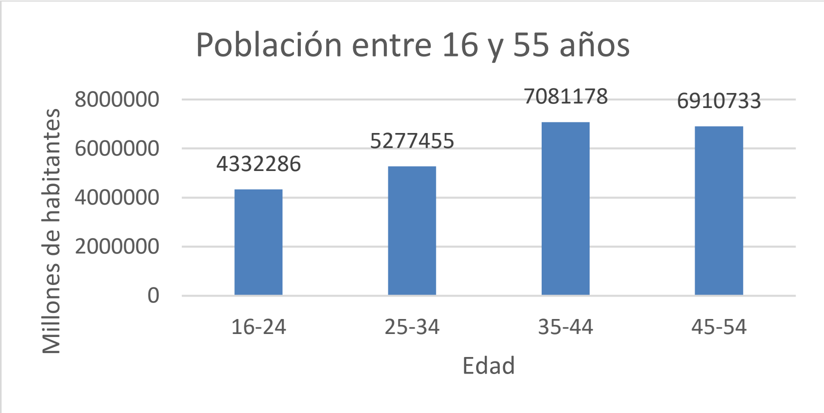
e) La franja de edad de 16 a 24 años es la más proclive a utilizar las redes sociales y, por tanto, aparentemente sería la que mayor probabilidad tendría de captar la atención de la campaña publicitaria. Sin embargo, hay que averiguar qué porcentaje de la población representa para confirmar esa afirmación. ¿Qué franja de edad consideras que tiene mayor probabilidad? Emplea un diagrama de árbol para ayudarte a obtener la respuesta.

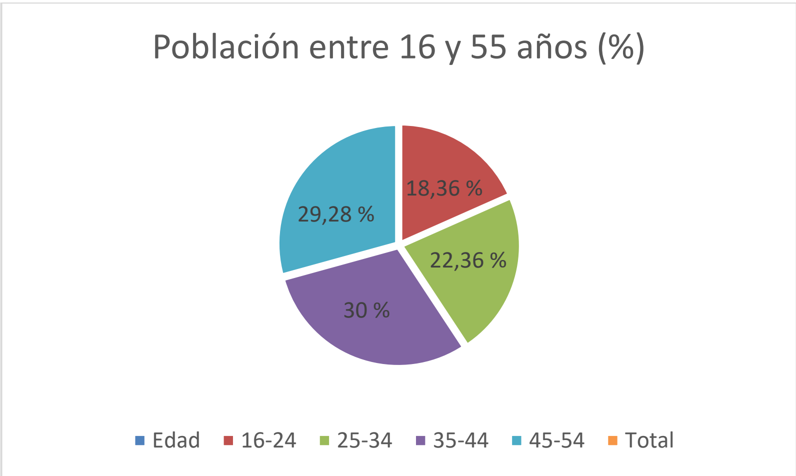
f) Investiga cómo funciona la publicidad en redes sociales.

a) Elegida una persona al azar, la probabilidad de que esta sea hombre es del 49 % y de que sea mujer del 51 %.

b) La población objeto de la campaña publicitaria, por franjas de edades, viene reflejada en la siguiente tabla, en los diagramas de barras y de sectores correspondientes.

Edad	Población	Porcentaje
16-24	4 332 286	18,36
25-34	5 277 455	22,36
35-44	7 081 178	30
45-54	6 910 733	29,28
Total	23 601 652	





c) La probabilidad de que una persona elegida al azar del grupo objeto de estudio de la campaña publicitaria tenga entre 16 y 24 años y no utilice las redes sociales es: 1,29 %

d) La probabilidad de que una persona sea público objetivo de la campaña publicitaria, sabiendo que es usuaria de las redes sociales, es: 63,08 %

e) La franja de edad de 35-44 años es la que tiene mayor probabilidad de captar la atención de la campaña publicitaria.

f) Respuesta abierta.

Amplía: Otra medida que ha tomado la empresa es captar público en la calle para que prueben la bebida vegetal y, posteriormente, realicen una encuesta sobre diversas características de dicha bebida. En una población se ha seleccionado una muestra de 20 jóvenes para probar la bebida vegetal, de los cuales 12 eran chicas.
a) Si la prueba la realizan en grupos de cinco personas. ¿Cuántos grupos diferentes se pueden formar?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que en un grupo haya solo chicos? ¿Y tres chicas y dos chicos?
c) Redacta un informe con el tipo de preguntas que deberían realizarse en la encuesta para que la empresa pueda obtener
información fiable.

a) Se pueden formar 15504 grupos diferentes para realizar la prueba de la bebida vegetal.

b) Hay una probabilidad del 0,36 % de que en un grupo haya solo chicos. La probabilidad de que en grupo haya 3 chicas y 2 chicos es del 39,73 %.

c) Respuesta abierta.

