TEORÍA

Propiedades de los logaritmos:

Definición	*Valores de logaritmos*	*Propiedades de los logaritmos*	*Cambio de base*
$\log_a N = x \Leftrightarrow a^x = N$	$\log_a 0 = \pm\infty$ $\log_a 1 = 0$ $\log_a a = 1$	$\log_a (M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$ $\log_a \left(\frac{M}{N}\right) = \log_a M - \log_a N$ $\log_a M^n = n \log_a M$	$Log_b M = \frac{\log_a M}{\log_a b}$

Ecuaciones exponenciales:

Modelo 1	$3^x=81$	- Se factoriza. - Al ser las bases iguales, los exponentes tienen que ser iguales	$3^x=81 \Rightarrow 3^x=3^4 \Rightarrow$ $x=4$
Modelo 2	$3^x=5$	- Se toman logaritmos (decimales, neperianos o en la base de la exponencial) en ambos miembros. - Se aplican propiedades de los logaritmos.	$3^x=5 \Rightarrow$ $\log_3 3^x = \log_3 5 \Rightarrow$ $x \log_3 3 = \log_3 5 \Rightarrow$ $x = \log_3 5$
Modelo 3	$2^{x+1}+2^{x-1}+5 \cdot 2^x=30$	- Se prepara la ecuación para hacer un cambio de variable: $a^x=t$ - Se resuelve la ecuación de primer grado correspondiente. - Se deshace el cambio de variable.	$2^{x+1}+2^{x-1}+5\cdot 2^x=30 \Rightarrow$ $2^x \cdot 2+2^x \cdot 2^{-1}+5\cdot 2^x=30$ Cambio de variable $2^x=t$ $2t+t\cdot 2^{-1}+5t=30 \Rightarrow$ $2t+\frac{t}{2}+5t=30 \Rightarrow$ $4t+t+10t=60 \Rightarrow t=4$ Si $t=4 \Rightarrow 2^x=4 \Rightarrow x=2$
Modelo 4	$9^x+3^{x+2} - 3^x+3^2=0$	- Se prepara la ecuación para hacer cambios de variable: $a^x=t$, $a^{2x}=(a^x)^2=t^2$, etc. - Se resuelve las ecuaciones correspondientes. - Se deshace el cambio de variable.	$9^x+3^{x+2}-3^x+3^2=0 \Rightarrow$ $(3^2)^x+3^x\, 3^2-3^x+3^2=0$ Cambio de variable $3^x=t$ $t^2+9t-t+9=0 \Rightarrow t^2+8t+9=0$ $\Rightarrow t=9$ y $t=1$ Si $t=9 \Rightarrow 3^x=9 \Rightarrow x=2$ Si $t=1 \Rightarrow 3^x=1 \Rightarrow x=0$

Ecuaciones logarítmicas:

Modelo 1	***$log_5(x-3)=2$***	Utilizamos la definición de logaritmo	$\log_5(x-3)=2$ $x-3=5^2 \Rightarrow x=28$
Modelo 2	***$log_a(x+2)-log_a x=log_a 7$***	- Utilizamos propiedades de los logaritmos - Comparamos sus argumentos	$\log_a(x+2)-\log_a x=\log_a 7$ $\boldsymbol{log_a \frac{x+2}{x} = log_a 7 \Rightarrow}$ $\boldsymbol{\frac{x+2}{x} = 7 \Rightarrow}$ $x=2/6=1/3$
Modelo 3	***$log_2(x+3)+log_2 x=2$***	- Utilizamos propiedades y definición	$\log_2 (x+3)+\log_2 x=2 \Rightarrow$ $\log_2 [(x+3)x]=2 \Rightarrow$ $(x+3)x=2^2 \Rightarrow$ $x^2+3x-4=0 \Rightarrow$ x=1 y x= -4 (No vale)
Recuerda que en las ecuaciones exponenciales hay que analizar la validez de las soluciones			

Cálculo con logaritmos:

Modelo 1	Sin utilizar la calculadora, halla $\boldsymbol{log_3 \sqrt{27}}$	Factorizando	$\boldsymbol{log_3 \sqrt{27}}$ $=\log_3 27^{1/2}=\log_3(3^3)^{1/2}$ $=\log_3 3^{3/2}=(3/2)\log_3 3=3/2$
Modelo 2	Da una aproximación de $\boldsymbol{log_3 127}$	Usando la calculadora	$\boldsymbol{log_3 127 = \frac{log 127}{log 3} \approx 4{,}4}$
Modelo 3	Sabiendo que logx=2,36, calcula $\boldsymbol{log\sqrt{(100x)^3}}$	Usando las propiedades de los logaritmos	$\boldsymbol{log\sqrt{(100x)^3} = log(100x)^{3/2}}$ = (3/2)Log(100x)=(3/2)[log100+logx]= (3/2)[2+2,36]=6,54

1) Se considera la expresión algebraica $b = k\, a^{2x}$ de la que se sabe que: si x = 0 entonces b = 20, y si x = -1 b = 5. Hallar k y a.

2) Calcular el valor de x en las siguientes expresiones:

a) $x = \log_3 243$	**c)** $x = \log_3 \dfrac{9}{\sqrt[5]{27}}$	**e)** $\log_x 16 = 7$
b) $x = \log_7 \dfrac{1}{49}$	**d)** $x = \log_{1/2} \sqrt[5]{64}$	**f)** $\log_5 x = -\dfrac{1}{2}$

3) Decir si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas:

a) $\ln 3x + \ln 1 = \ln(3x + 1)$	**b)** $\ln 3x + \ln 1 = \ln(3x)$	**c)** $\ln 6x - \ln 6 = \ln(x - 1)$
d) $\ln 6x - \ln 6 = \ln x$	**e)** $\ln 9 - \ln x = 3 \Rightarrow 9x = 3$	**f)** $\ln 9 - \ln x = \ln 3 \Rightarrow \dfrac{9}{x} = 3$

4) Sabiendo que $\log 2 \approx 0'3010$ y $\log 3 \approx 0'4771$, calcular aproximadamente los siguientes valores:

a) $\log 6$ b) $\log \dfrac{1}{2025}$ c) $\log 1'5$ d) $\log 3{,}\widehat{3}$ e) $\log_5 \sqrt[3]{24^2}$

5) Sabiendo que log k = 0’5 y log t = 0’31 , calcula:

a) $\log \dfrac{k^2}{t}$ b) $\log(k \cdot t^3)$ c) $\log\left(\dfrac{10k^2}{t^3}\right)$

6) Calcular el valor de:

a) $\log_2 5 \cdot \log_5 2$ b) $\log_5 3^{\log_3 125}$ c) $\log_2 1000^{\log 2}$

7) Determinar los dos números enteros consecutivos entre los que se encuentran los números:

a) $x = \log_3 29$ b) $x = \log_3 96$ c) $x = \log_3 0'42$

8) Resuelve las ecuaciones exponenciales:

a) $4^{2x} = 32^{x-2}$	b) $10^{x-4} = 30$	c) $2^{x+1} + 2^x = 15$
d) $3^{2x} - 5 \cdot 3^x = -6$	e) $3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} = 39$	f) $4^x + 64 = 16 \cdot 2^x$
g) $7^{2x+3} - 8 \cdot 7^{x+1} = -1$	h) $9^x - 2 \cdot 3^{x+2} + 81 = 0$	i) $3^{3x} - 13 \cdot 9^x + 39 \cdot 3^x = 27$
j) $e^{x+2} = \sqrt{e}$	k) $3^x + 3^{1-x} = 4$	l) $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$

9) ¿Tiene alguna solución la ecuación $2^x = 4^{-x}$?

10) Sabiendo que $\log_a b = 5$ resolver la ecuación $a^{2x^2 + x + 2} = b$

11) Resolver las ecuaciones:

a) $\log_{2x+3} 81 = 2$ b) $\log_8 [2(x^3 + 5)] = 2$ c) $\log(x - 7) / \log(x - 1) = 0{,}5$

12) Resolver las ecuaciones: a) $\boldsymbol{ln(x+4) = ln(3x) - ln2}$ b) $\boldsymbol{log(3x-1) = 1 + log(6x-10)}$

13) Resuelve las ecuaciones:

a) $\log x + \log 50 = 3$ b) $5\log(x+3) = \log 32$ c) $2\log x = \log(10-3x)$

d) $\log(x+3) - \log(x-6) = 1$ e) $\log(x+9) = 2 + \log x$ f) $\log\sqrt{3x+5} + \log\sqrt{x} = 1$

g) $3 - \log 125 = (x^2 - 5x + 9)\cdot\log 2$ h) $\log 16 - 2\log x = \log 100$ i) $\log 0{,}03 = x - 1$

j) $\log_x(20x-4) - \log_x 25 = 2$ k) $\ln(x^2 - 5x + 7) = 0$ l) $\dfrac{\boldsymbol{log}\,3 + \boldsymbol{log}(11 - x^3)}{\boldsymbol{log}(5 - x)} = 2$

14) Resuelve los sistemas:

a) $\begin{cases} 3^x = \dfrac{243}{3^y} \\ 2^x = 2^y \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5^{x+1} = 2 + \dfrac{3}{5^{2-x}} \\ 4^{2y} + 16\cdot 4^{-2y} - 10 = 0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2^{2x} + 2^{2y} = 80 \\ 2^{2(x+y)} = 1024 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x^{3/4} + \sqrt[5]{y^2} = 12 \\ \sqrt[4]{x} = y^{1/5} \end{cases}$ e) $\begin{cases} \sqrt[x]{x+y} = 6 \\ (x+y)\cdot 3^x = 5832 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 2^{2x+1} - 10\cdot 5^{y-1} = 22 \\ 4\cdot 2^{x-2} + 5^{y+1} = 29 \end{cases}$

15) Resuelve los sistemas:

a) $\begin{cases} logx + logy = 3 \\ logx - logy = -1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} log_2 x + 3log_2 y = 5 \\ log_2 \dfrac{x^2}{y} = 3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + y = 22 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \log_x(y - 18) = 2 \\ \log_y(x+3) = \dfrac{1}{2} \end{cases}$ e) $\begin{cases} \log(x+y) + \log(x-y) = 3 \\ 2^x\cdot 2^y = 2^{50} \end{cases}$